

## **Раздел 1. Основные понятия интеллектуальных антенных решеток**

### **Лекция 1. Расположение элементов антенной решетки**

#### *Рассматриваемые вопросы*

1. Необходимость применения интеллектуальных технологий в беспроводных технологиях связи.
2. Построение интеллектуальных антенных решеток в системах связи.
3. Расположение элементов в ФАР

#### *Рекомендуемая литература*

1. Ратынский, М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. / М.В, Ратынский. - М.: Радио и связь, 2003.
2. Баланис, К.А., Иоанидес, П.И. Введение в смарт-антенны. / К.А. Баланис, П.И. Иоанидес. М.: Техносфера, 2012. 200 с.
3. Rappaport, T.S. Overview of millimeter wave communications for fifth-generation (5G) wireless networks – With a focus on propagation models / T.S. Rappaport, Y. Xing, G.R. MacCartney, A.F. Molisch, E. Mellios, J. Zhang // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2017. V.65. № 12. С.6213-6230.
4. Батуев, Б. Технологии 5G: поэтапное внедрение и элементная база для абонентского оборудования / Б. Батуев // Беспроводные технологии. 2019. № 4. С.15-27.
5. Hong, W. Multibeam antenna technologies for 5G wireless communications / W. Hong, Z.H. Jiang, C. Yu, J. Zhou, P. Chen, Z. Yu, H. Zhang, B. Yang, X. Pang, M. Jiang, Y. Cheng, M.K. T. Al-Nuami, Y. Zhang, J. Chen, S. He // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2017. V.65. № 12. С.6231-6249.
6. Zardi, F. Artificial intelligence for adaptive and reconfigurable antenna arrays / F. Zardi, P. Mayeri, P. Rocca, R.L. Haupt // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2021. V.63. № 3. С.28-38.
7. 5G Antenna white paper. New 5G, New Antenna: [Электронный ресурс]: URL: <http://carrier.huawei.com/New-5G-New-Antenna-5G-Antenna-White-Paper-v2.pdf> (дата обращения: 21.03.2022).
8. Строганова, Е. Основные проблемы сетей сотовой подвижной связи и пути их решения с помощью адаптивных антенн / Е. Строганова // Технология и средства связи. 2019. № 3. С. 53-62.
9. Джиган, В.И. Адаптивные антенные решетки для систем цифровой связи: проблемы и их решение / В.И. Джиган // [Электронный ресурс]: URL: <http://www.kosrad.ru/data/89.pdf> (дата обращения: 22.04.2021).

## 1. Необходимость применения интеллектуальных технологий в беспроводных технологиях связи.

Основой развития экономики в настоящий момент является внедрение широкополосных сетей доступа в Интернет. Для обеспечения доступа к ним в любой точке нашего государства используются мобильные технологии.

Размещение абонентов в городских районах с плотной застройкой приводит к ряду серьезных технических проблем:

- затуханию сигнала вследствие сильных переотражений сигналов;
- межсимвольной интерференции;
- воздействию сильных помеховых сигналов от других станций.

На решение данных проблем ориентирована технология беспроводной связи 4G и ее дальнейшая модификация – 5G. Структурная схема сети 5G показана на рисунке 1.

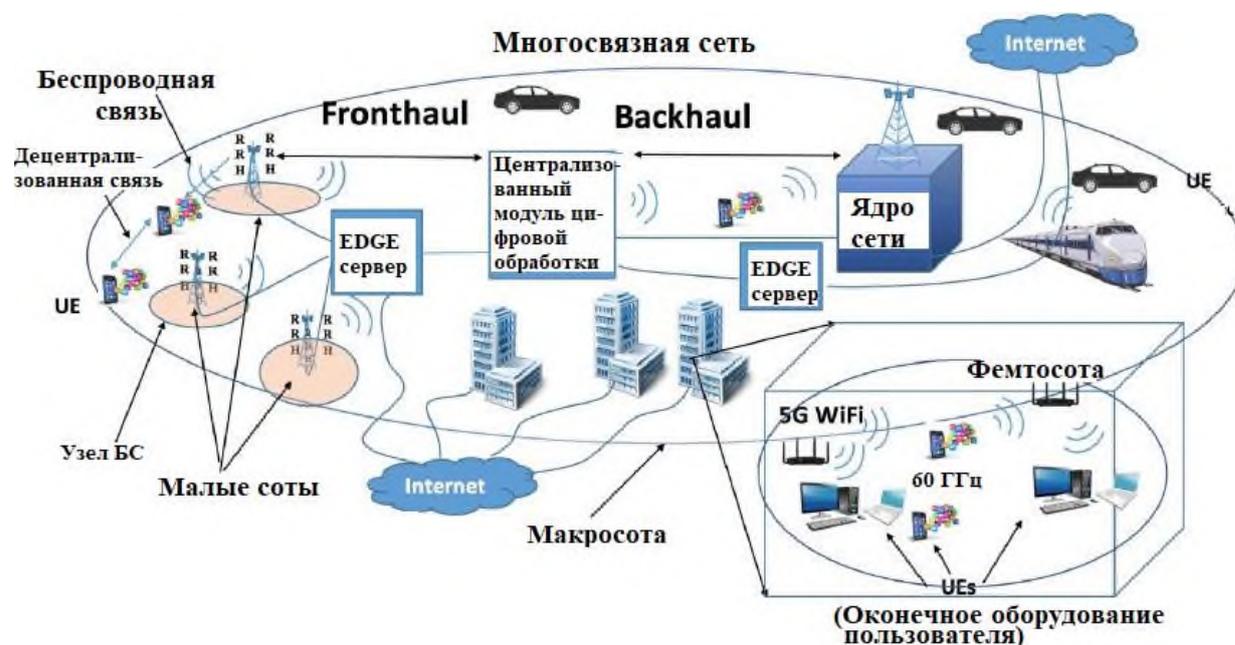


Рисунок 1 – Структурная схема сети 5G

Из анализа данной структурной схемы следует, что

- сеть является многосвязной и включает ряд подсистем – макро- и микро-сот, функционирующих на различных частотах из диапазона от 1 ГГц до 73 ГГц. Основные технические характеристики выделенных размеров сот приведены на рисунке 2;

- подсистемы, обслуживающие быстро и медленно перемещающихся абонентов, различаются как по частотам, так и по способу сопровождения;

- антенны, используемые в подсистемах макросоты, различаются требованиями к числу формируемых лучей и его положению в пространстве.

Перемещение мобильных абонентов внутри района контроля, а также наличие помеховых сигналов от других станций обуславливает необходимость

- перемещения луча в пространстве вслед за перемещением абонента;
- формирования «нуля» в диаграмме направленности в направлении помехового сигнала.

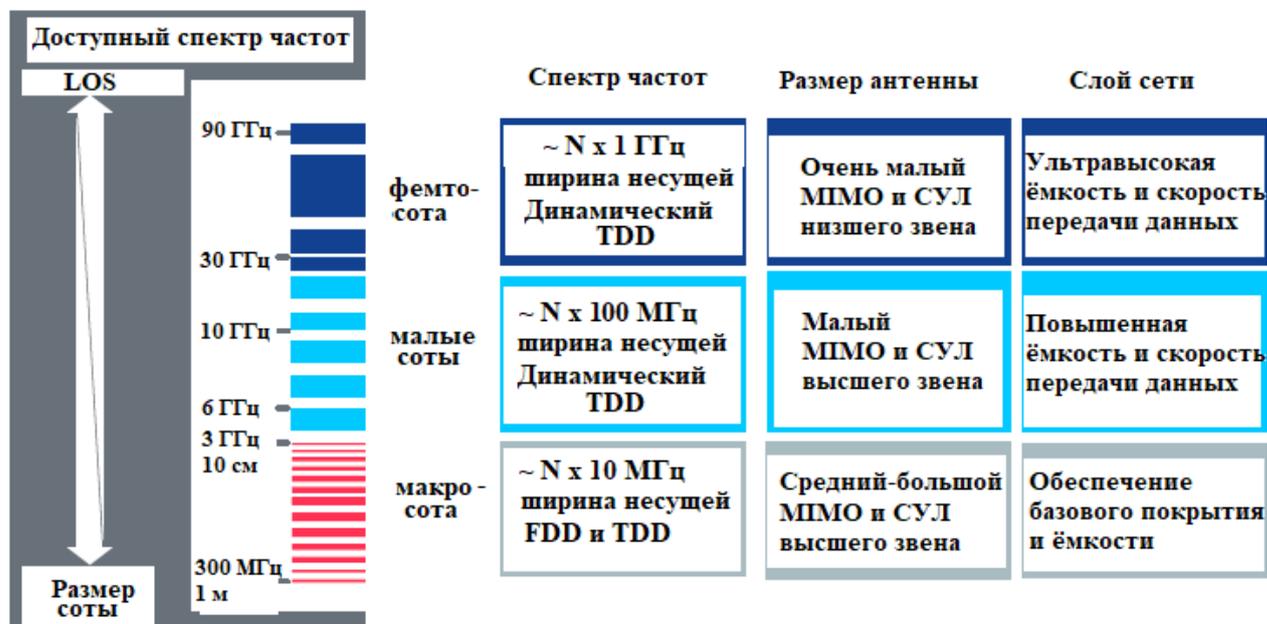


Рисунок 2 – Технические характеристики сот из состава сети 5G

Таким образом, антенны, входящие в состав макросоты системы связи 5G, должны «подстраиваться» под изменяющуюся в реальном масштабе времени обстановку, т.е. быть «интеллектуальными» или смарт-антеннами.

В составе макросоты, построенной по технологии 4G или 5G, к таким антеннам относятся антенны/массивы антенн MIMO, осуществляющие связь с абонентами, находящимися в движении. Для обеспечения устойчивой связи с ними используются антенны, позволяющие одновременно формировать несколько лучей на передачу и на прием радиосигналов. Причем технология 4G предполагает формирование одного луча для группы мобильных пользователей, а 5G – для каждого мобильного абонента (UE) индивидуально, как показано на рисунке 3.

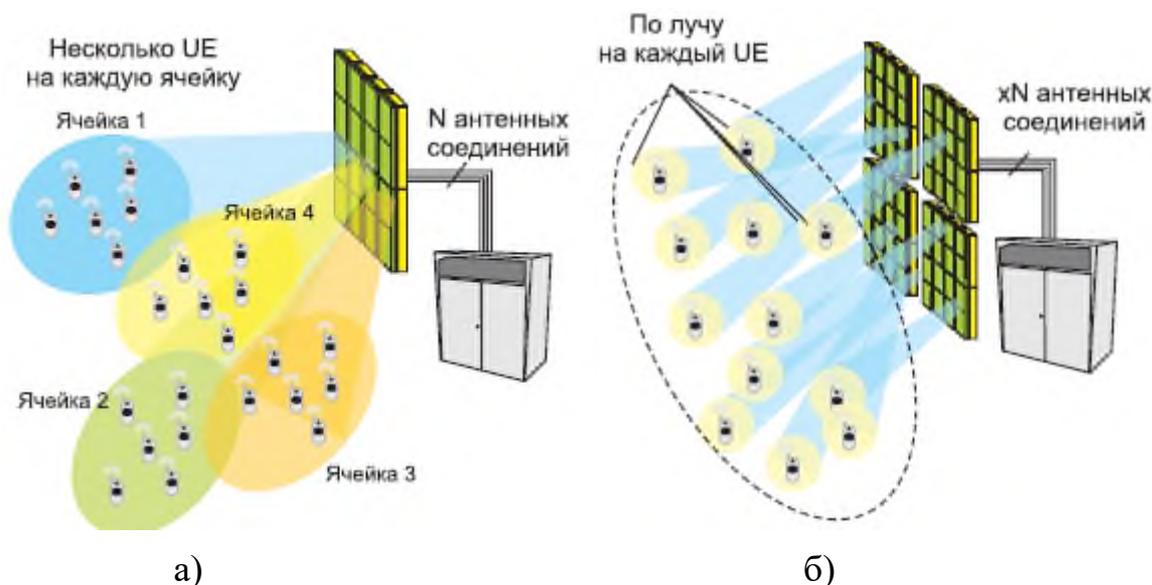


Рисунок 3 – Формирование луча в антеннах МІМО:  
*а* – в антеннах МІМО 4G; *б* – в массивах антенн МІМО 5G

Следует отметить, что в системах связи с использованием технологии 5G возникают ситуации, когда в пределах одного массива МІМО одновременно находится большое число абонентов, что существенным образом ухудшает в данном районе электромагнитную обстановку, поскольку в этом случае с ростом мощности радиопомех необходимо увеличивать мощность радиопередатчиков. Выходом из данной ситуации является использование диаграммы направленности с изменяемыми во времени формами. В максимум ориентирован в направлении полезного сигнала, а минимум - в направлении «помехового» сигнала. Данная сигнально-помеховая ситуация показана на рисунке 4.

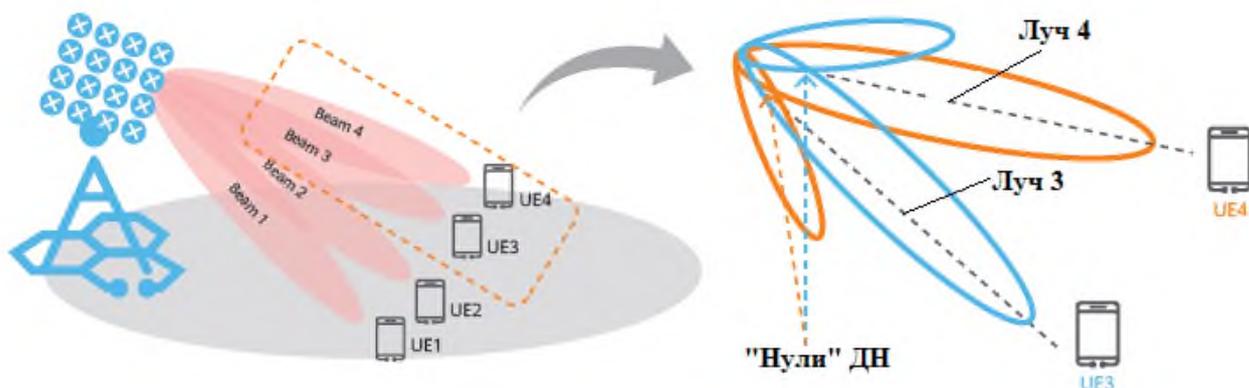


Рисунок 4 – Формирование «нулей» ДН интеллектуальной антенной

Реализовать оба требования – сформировать несколько управляемых лучей с изменяемой в реальном масштабе времени формой диаграммы направленности – позволяют интеллектуальные антенны или смарт-антенны, вы-

полненные в виде многолучевых антенных решеток, дополненных вычислителем.

## 2. Построение интеллектуальных антенных решеток в системах связи.

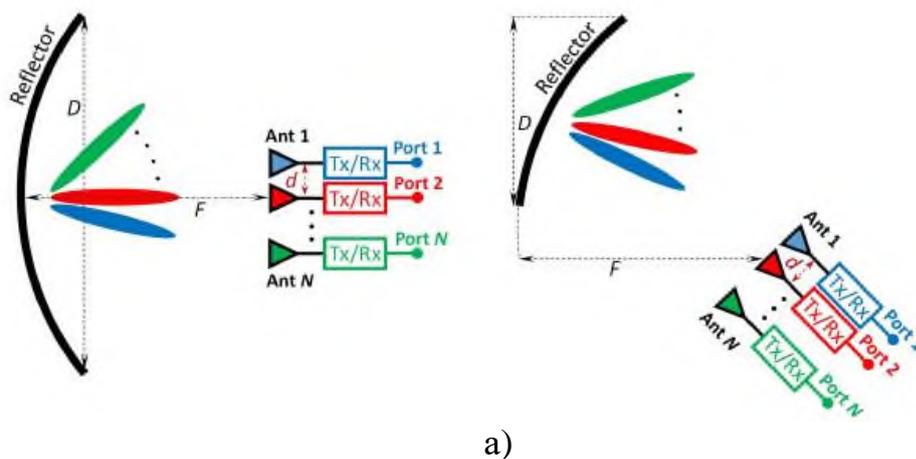
Как было показано в первом вопросе, интеллектуальные антенные решетки должны удовлетворять следующим **требованиям**:

- функционировать в миллиметровом диапазоне длин волн;
- формировать несколько главных лепестков диаграммы направленности;
- иметь возможность изменять форму главного лепестка диаграммы направленности;
- иметь возможность в реальном масштабе времени перемещать главный лепесток ДН.

Кроме того, функционирование в составе сотовой сети накладывает ограничения на массогабаритные характеристики, а эксплуатация на открытом воздухе – требования к защищенности от климатических факторов.

### *Конструкции антенн, обеспечивающих формирование нескольких лепестков ДН*

Известно, что реализация многолучевого режима работы может быть выполнена с использованием различного типа антенн, как показано на рисунке 5.



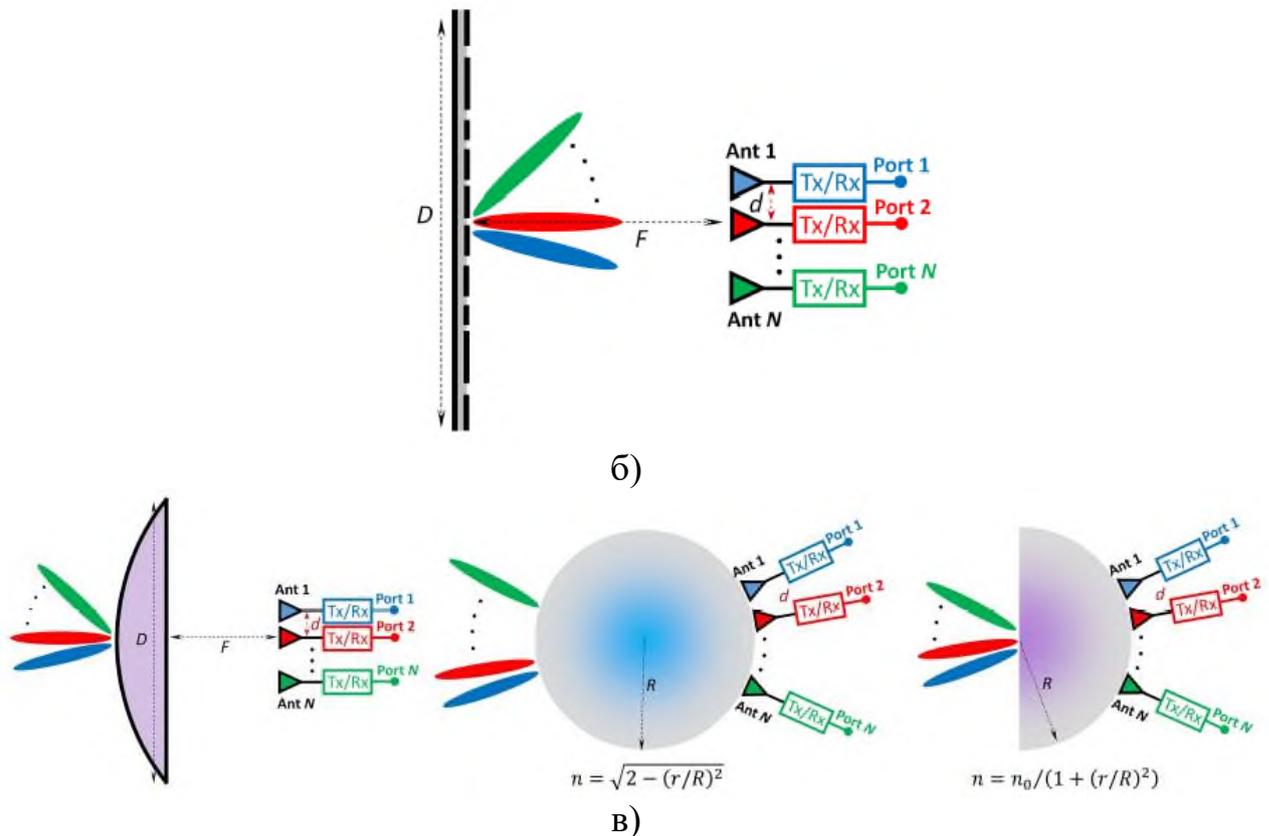


Рисунок 5 – Типы антенн, реализующих многолучевой режим работы: *а* – зеркальные антенны; *б* – плоская антенная решетка; *в* – линзовые антенны

- Анализ приведенных на рисунке 5 конфигураций показывает, что
- формирование нескольких лучей осуществляется совокупностью передатчиков, располагаемых вблизи той или иной формы отражающей поверхности;
  - форма отражающей поверхности определяет способ размещения облучателей: вдоль одной линии или по окружности;
  - число облучателей должно быть равно числу формируемых лучей.

При этом наиболее простым вариантом конструкции с наименьшими массогабаритными характеристиками являются плоские антенные решетки. В связи с этим далее все вопросы дисциплины будем рассматривать именно для данной конструкции.

### ***Возбуждение нескольких лучей.***

Для возбуждения нескольких лучей в антенной решетке традиционно применяются известные алгоритмы, наиболее простыми из которых являются алгоритмы Батлера и Бласса. Лучи в таких решетках формируются путем сдвига фаз в каналах управления, как показано на рисунке 6 для системы управления лучом с использованием алгоритма Бласса.

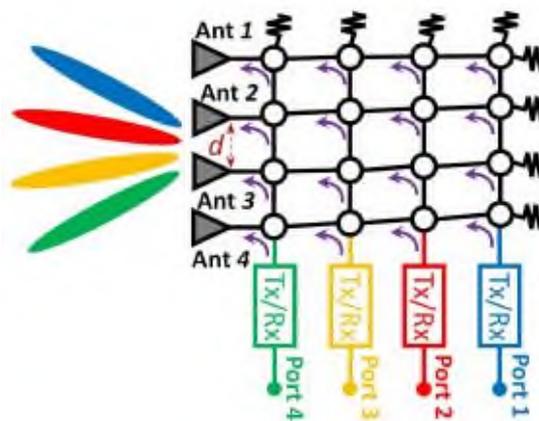


Рисунок 6. – Схема системы управления лучом с использованием алгоритма Бласса

Приведенная на рисунке 6 схема формируется по принципу фазированной антенной решетки (ФАР), когда формирование нескольких лучей осуществляется с использованием высокочастотных фазовращателей, располагаемых в каналах управления. Данные фазовращатели обеспечивают сдвиг фаз между  $m$ -м антенным элементом и  $n$ -м каналом, определяемый соотношением:

$$\varphi_{nm} - \varphi_{n(m-1)} = -\frac{2\pi d}{\lambda_0} \sin \theta_n, \quad (1)$$

где  $d$  - наибольшее расстояние между элементами антенны, соответствующее положению главного лепестка диаграммы направленности антенной решетки;

$\theta_n$  - ориентация в пространстве  $n$ -го луча;

$\lambda_0 = c/f$  - рабочая длина волны передатчика на частоте  $f$ ;

$c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в свободном пространстве.

В ней элементы являются приемо/передающими. В реальных антеннах технологии ММО приемные и передающие антенны разделены и разнесены в пространстве, что обеспечивает дополнительную помехоустойчивость системы. При этом при когерентной схеме ММО принцип построения антенной решетки тот же, что и для ФАР. В связи с этим далее будем рассматривать только вариант ФАР, оговаривая особенности, присущие ММО.

### ***Перемещение луча в пространстве***

Перемещение луча в пространстве (сканирование) в ФАР осуществляется системой управления лучом (СУЛ) путем изменения амплитудно-фазового распределения в элементах решетки, как показано на рисунке 7.

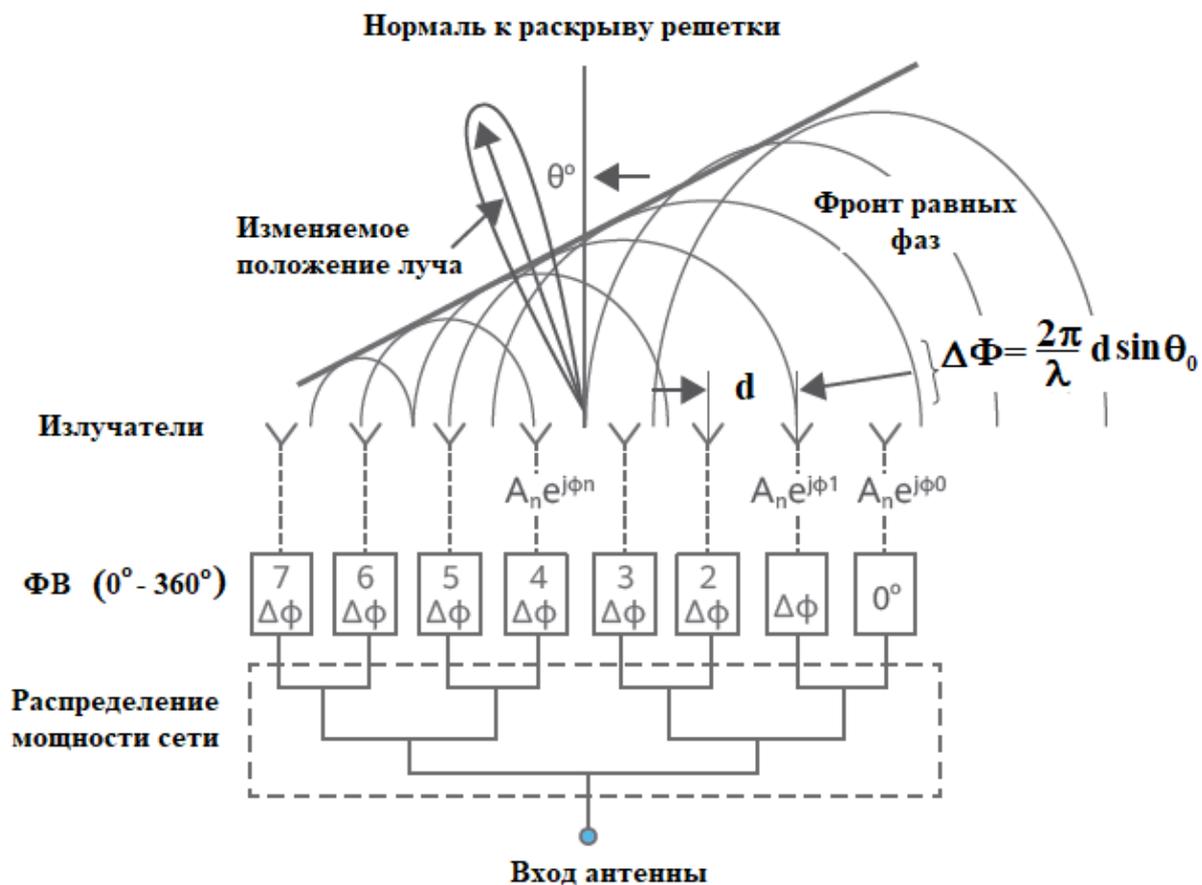


Рисунок 7 - Общая схема СУЛ ААР

### *Изменение формы ДН*

Управление формой диаграммы направленности в реальном режиме времени с использованием алгоритмов простого формирования многолучевой системы принципиально невозможно. В связи с этим СУЛ дополняется блоком, в котором осуществляется вычисление комплексных весовых коэффициентов (ВК), определяемых амплитудой и фазой  $A_n \exp(j\varphi_n)$ , для каждого излучателя антенной решетки из схемы, приведенной на рисунке 7, позволяющие управлять формой диаграммы направленности и формировать «нуль» в направлении помехового сигнала.

В качестве *критерия управления фазами отдельных* элементов ААР в системах сотовой связи могут быть использованы следующие:

- максимальное отношение полезный сигнал/шум (помеха) (ОСПШ);
- оптимальное подавление помехи;
- минимизации среднеквадратичного значения выходного сигнала решетки при линейном ограничении уровня диаграммы направленности в направлении на источник полезного сигнала;
- постоянства модуля информационных сигналов (СМ) и др.

При применении первого критерия минимизируется мощность суммарных шумов, поступающих вместе с полезным сигналом. Адаптация по критерию оптимального подавления помехи применима при наличии сильной помехи, в направлении прихода которой формируется «нуль» ДН

### 3. Расположение элементов в ФАР

#### *Геометрия размещения*

С точки зрения геометрии расположения излучателей АР подразделяются на: линейные (рисунок 8,а) и криволинейные, плоские (рисунок 8,б) и выпуклые. К криволинейным решеткам можно отнести дуговые и кольцевые АР (рисунок 8,в,г). К выпуклым АР, в частности, относят решетки, размещенные на поверхностях вращения: цилиндрические и конические АР (рисунок 8,д,е).

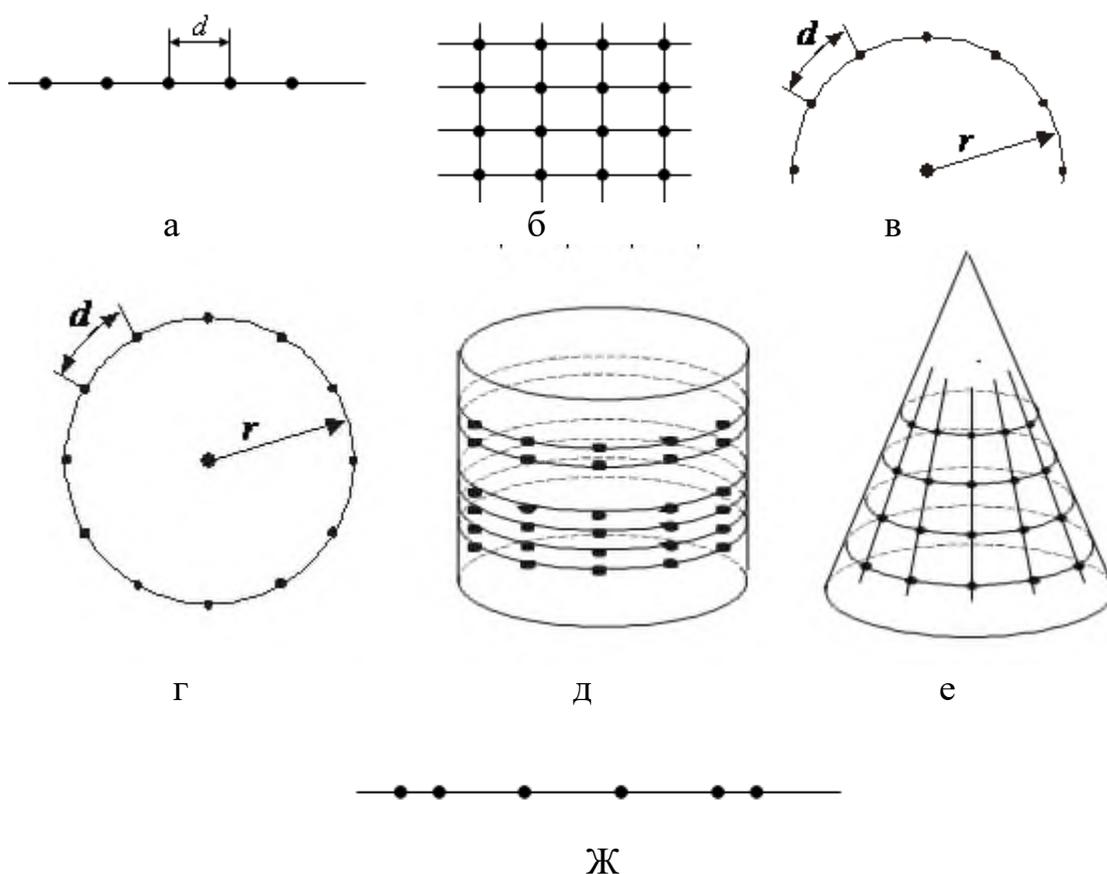


Рисунок 8 – Типы антенных решеток

Размещение излучателей в самой решетке может быть эквидистантное, у которого шаг (расстояние между излучателями) – величина постоянная (рисунок 8,а-е), и неэквидистантное, у которого шаг меняется по определенному закону или случайным образом (рисунок 8,ж). В плоской АР излучате-

ли могут быть расположены в углах прямоугольной или косоугольной координатной системы (рисунок 9,а и 9,б соответственно).

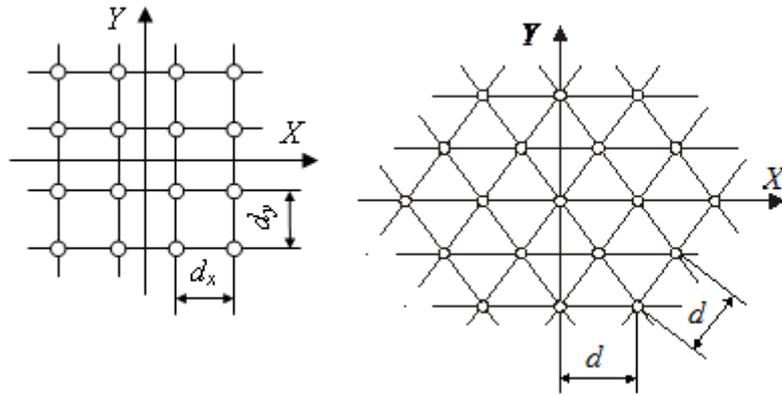


Рисунок 9 – Координатные сетки антенной решетки

### Основные соотношения для ФАР

Для описания характеристик  $N$ -элементной антенной решетки могут быть использованы соотношения, полученные для линейного излучателя. При этом возбуждение излучателей при остронаправленном излучении обеспечивает синфазное сложение полей в заданном направлении  $(\theta_{гл}, \varphi_{гл})$ , зависящее от положения излучателей  $(x_{nq}, y_{nq}, n, q = 1, 2, \dots, N)$  в решетке:

$$\Phi_{nq}(\theta_{гл}, \varphi_{гл}) = -k(x_{nq} \cos \varphi_{гл} + y_{nq} \sin \varphi_{гл}) \sin \theta_{гл}. \quad (2)$$

Отсчет углов показан на рисунке 10.

Полагая решетку состоящей из одинаковых излучателей, можно представить ее характеристику направленности  $F(\theta, \varphi)$  в виде произведения парциальной характеристики направленности изолированного излучателя  $F_{\mu}(\theta, \varphi)$  и множителя решетки  $F_{\Sigma}(\theta, \varphi)$ :

$$F(\theta, \varphi) = F_{\mu}(\theta, \varphi) F_{\Sigma}(\theta, \varphi). \quad (3)$$

Для ФАР множитель решетки определяется соотношением

$$F_{\Sigma}(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^N A_{nq} \exp(i(\Phi_{nq} + \Phi_{nq}^n)), \quad (4)$$

где  $A_{nq}$  - амплитуда возбуждения  $nq$ -го элемента решетки;

$\Phi_{nq}^n = k(x_{nq} \cos \varphi + y_{nq} \sin \varphi) \sin \theta$  - пространственный фазовый сдвиг для направления на точку наблюдения  $(\theta, \varphi)$ .

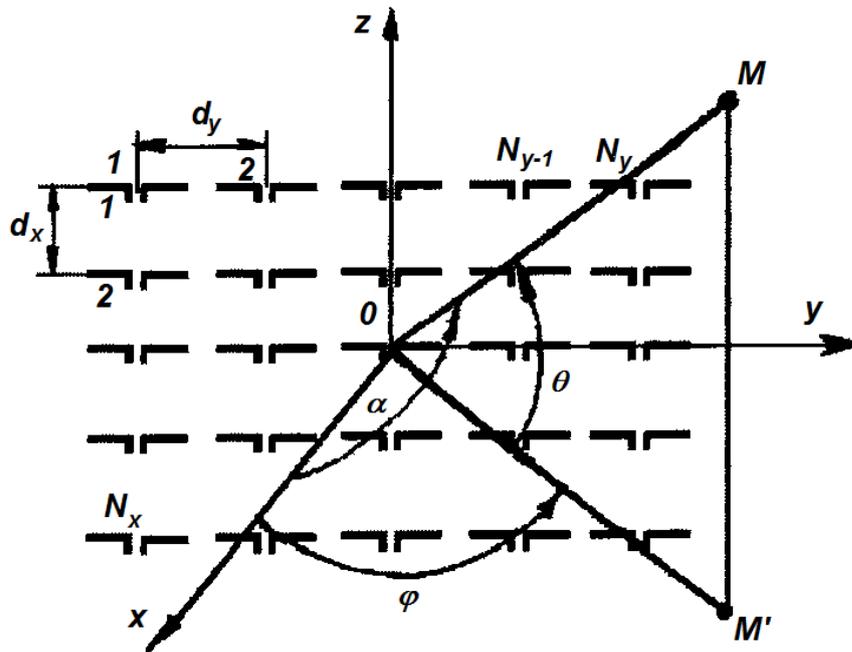


Рисунок 10 – Геометрия задачи

### ***Особенности размещения излучателей в составе линейки***

При размещении излучателей в узлах координатной сетки с двойной периодичностью синфазное сложение полей отдельных излучателей решетки возможно не только в направлении главного максимума ДН, но и в других направлениях, которым соответствует пространственный фазовый сдвиг, компенсирующий сдвиг фазы между излучателями за счет возбуждения.

В этом случае помимо главного максимума существуют еще и дифракционные лепестки высших порядков, пространственная ориентация которых зависит от расстояния между излучателями.

При уменьшении этого расстояния число дифракционных максимумов, находящихся в области действительных углов, уменьшается.

Для нормальной работы решетки необходимо, чтобы в области действительных углов находился лишь один главный максимум, а дифракционные лепестки отсутствовали.

*Условие отсутствия дифракционных максимумов:*

$$d_x / \lambda \leq \frac{1}{1 + \sin \theta_{x \max}}, \quad d_y / \lambda \leq \frac{1}{1 + \sin \theta_{y \max}}, \quad (5)$$

где  $\theta_x, \theta_y$  - максимальные углы отклонения луча в плоскостях  $zOx$  и  $zOy$ .

Для треугольной сетки соответствующее условие имеет вид:

$$d / \lambda \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{1 + \sin \theta_{\max}}. \quad (6)$$

Условия (5) и (6) не учитывают направленных свойств излучателей решетки и определяют предельные расстояния в решетке изотропных излучателей. При ограниченном секторе сканирования использование направленных излучателей позволяет увеличить расстояние между ними и соответственно уменьшить общее число излучателей.

При сканировании в коническом секторе углов  $\theta \leq \theta_{\max}$  выигрыш в числе излучателей по сравнению с решеткой изотропных излучателей для треугольной и прямоугольной сеток составит:

$$\frac{N_{\text{изотрон}}}{N} = \frac{(1 + \sin \theta_{\max})^2}{4 \sin^2 \theta_{\max}}. \quad (7)$$

Число строк и столбцов, образованных подрешетками определяется выражением:

$$N_{x,y} = \frac{L_{x,y}}{\lambda} \frac{1 + \alpha}{\alpha} \sin \theta_{x,y \max}. \quad (8)$$

Число фазовращателей в решетке:

$$N = N_x N_y. \quad (9)$$

Размеры антенны определяются заданными значениями КНД или шириной ДН, длиной волны и выбранным амплитудным распределением поля в раскрыве антенны (последнее зависит от требуемого уровня боковых лепестков).

Так, при равномерном распределении амплитуды в прямоугольном раскрыве ширина ДН по половинной мощности неотклоненного луча определяется соотношением

$$2\Delta\theta_{0,5} = 50.8 \frac{\lambda}{L} \text{ град}, \quad (10)$$

уровень первых боковых лепестков составляет -13,2 дБ, а уровень остальных уменьшается пропорционально  $1/u$ , где  $u = \frac{kL}{2} \sin \theta$ .

Для расчета ширины ДН линейной решетки при отклонении луча от нормали вводят понятие эквивалентной длины решетки:

$$L_{\text{экв}} = Nd \cos \theta_{\text{дл}}. \quad (11)$$

При увеличении угла отклонения эквивалентная длина уменьшается, а ширина ДН в соответствии с формулами увеличивается.

Для прямоугольного раскрыва вводится понятие эквивалентной площади решетки:

$$S_{\text{экв}} = L_{\text{экв}x} L_{\text{экв}y}. \quad (12)$$

У плоской решетки КНД зависит от отклонения максимума ДН от нормали к плоскости решетки на угол  $\theta_{\text{гл}}$ :

$$D(\theta_{\text{гл}}) = D_0 \cos \theta_{\text{гл}}, \quad (13)$$

где  $D_0$  - значение КНД в направлении перпендикуляра в плоскости решетки.

**Раздел 1. Основные понятия интеллектуальных антенных решеток**  
**Лекция 2. Основные характеристики интеллектуальной антенной решетки**

***Рассматриваемые вопросы***

1. Общие сведения об адаптивных антеннах.
2. Типы адаптации.
3. Основные параметры и характеристики адаптивных антенных решеток.
4. Особенности характеристик адаптивных антенных решеток.

***Рекомендуемая литература***

1. Адаптивные антенные решетки. Ч.1. / В.А. Григорьев, С.С. Щесняк, В.Л. Гулюшин, Ю.А. Распаев, О.И. Лагутенко, А.С. Щесняк. – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. – 179 с.
2. Григорьев В.А. Комбинированная обработка сигналов в системах радиосвязи. – Москва: Эко-Трендз, 2002. – 264 с.
3. Ратынский, М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. / М.В. Ратынский. - М.: Радио и связь, 2003.
4. Баланис, К.А., Иоанидес, П.И. Введение в смарт-антенны. / К.А. Баланис, П.И. Иоанидес. М.: Техносфера, 2012. 200 с.
5. Алешин С.Л., Бибарсов М.Р., Новиков А.Н. Методика пространственно-временной обработки широкополосных сигналов и ее реализация в адаптивных антенных решетках // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2021. - №12. – С. 221-227.

**1. Общие сведения об адаптивных антеннах.**

В предыдущей лекции было показано, что интеллектуальные антенные решетки отличаются от обычных ФАР возможностью изменения формы диаграммы направленности в реальном масштабе времени. Управление формой ДН, т.е. характеристикой направленности, осуществляется путем изменения амплитудно-фазового распределения (АФР) поля в апертуре антенны. ***Подстройка ДН*** может быть выполнена ***двумя способами***:

- в стационарном режиме, т.е. когда положение источников сигналов и помех известно. При этом под помехой понимается электромагнитное колебание, на переносящее полезную информацию для данной системы;
- в динамическом режиме, когда о сигналах и их источниках известна минимальная информация.

В первом случае форма ДН синтезируется заранее по известным данным. Во втором случае управление АФР осуществляется с использованием специального процессора, входящего в состав ФАР. При этом необходимая для работы адаптивной антенны (АА) информация может включать сведения о пространственных, поляризационных, временных, частотных параметрах сигналов и помех. Совокупность априорных сведений, необходимых для работы конкретной АА, называется *опорным сигналом*.

*Процесс адаптации* заключается в целенаправленном изменении параметров управляемых элементов антенно-фидерного тракта, влияющих на АФР поля в раскрыве антенны. Управление этими элементами осуществляется на основании априорных данных и информации, получаемой из различных источников:

- с выходов элементов антенной решетки;
- с выхода всей антенны;
- из опорного сигнала.

Цель и результат такого управления заключается в достижении экстремума заданного показателя качества.

С учетом выше сказанного, *функциональная схема интеллектуальной (адаптивной) антенны* должна включать помимо излучающих (принимающих) элементов антенны также диаграммообразующую схему и адаптивный процессор. Пример функциональной схемы такой антенны показан на рисунке 1.

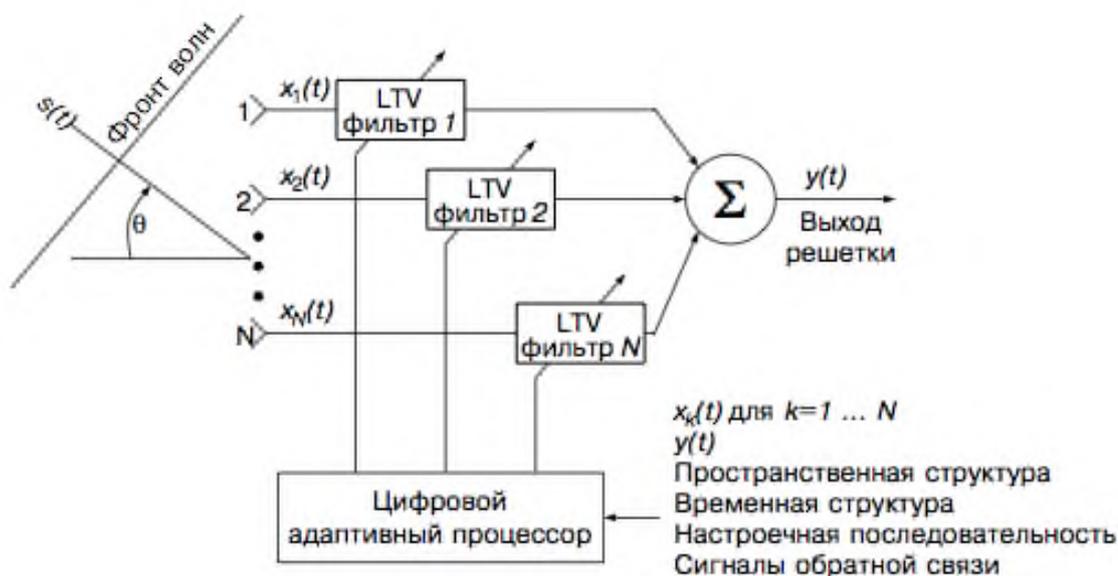


Рисунок 1 – Функциональная схема интеллектуальной антенной решетки

Конструкция антенны (схема расположения излучающих элементов) выбирается в зависимости от требуемых характеристик.

Диаграммообразующая схема (ДОС) объединяет приемные элементы и обеспечивает формирование диаграммы направленности антенны.

Адаптивный процессор по заданному алгоритму на основе накопленной информации вычисляет значения комплексных весовых коэффициентов диаграммообразующей схемы. Тем самым обеспечивается изменение формы диаграммы направленности антенны (формирование «нуля» ДН в направлении помехи) в реальном масштабе времени, т.е. адаптация формы к изменяемым условиям сигнально-помеховой обстановки.

## 2. Типы адаптации.

*Параметры и характеристики адаптивных антенн изменяются* для улучшения качества работы в условиях неопределенности параметров сигнально-помеховой обстановки, пространственного положения антенны и др.

Типы адаптации показаны на рисунке 2.

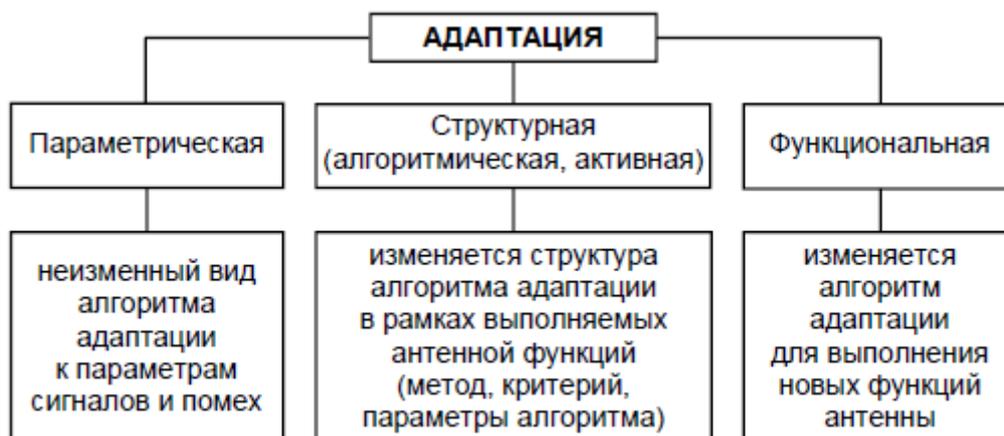


Рисунок 2 – Типы адаптации

*Параметрическая адаптация* предполагает использование неизменного по своему виду алгоритма адаптации при обработке сигналов с неизвестными параметрами, и неизвестных параметрах помех либо антенно-фидерного тракта.

*Структурная адаптация* подразумевает изменение алгоритма адаптации, т.е. его структуры (метода, критерия, параметров алгоритма) в процессе адаптации в рамках выполняемых функций.

*Функциональная адаптация* предполагает в зависимости от условий работы антенны и выполняемых функций в процессе адаптации осуществляется изменение (приспособление) вида (класса) алгоритма обработки сигналов применительно к решению новых задач.

В результате адаптации, как уже отмечалось, изменяется амплитудно-фазового распределение поля в раскрыве антенны. Для отдельных элементов ФАР АФР представляется в виде комплексных амплитуд (комплексных коэффициентов передачи, т.е. амплитуды и фазового сдвига отдельного канала) в каналах, называемых *весовыми коэффициентами* (ВК).

**Особенностью функционирования адаптивного процессора** является повторение цикла нахождения весовых коэффициентов до тех пор, пока качество выходного сигнала не будет удовлетворять заданному критерию. Реализация того или иного критерия качества выходного сигнала обеспечивается алгоритмом управления процессора.

Обобщенная структурная схема  $N$ -элементной адаптивной антенной решетки с учетом функциональной схемы, показанной на рисунке 1, представлена на рисунке 3.

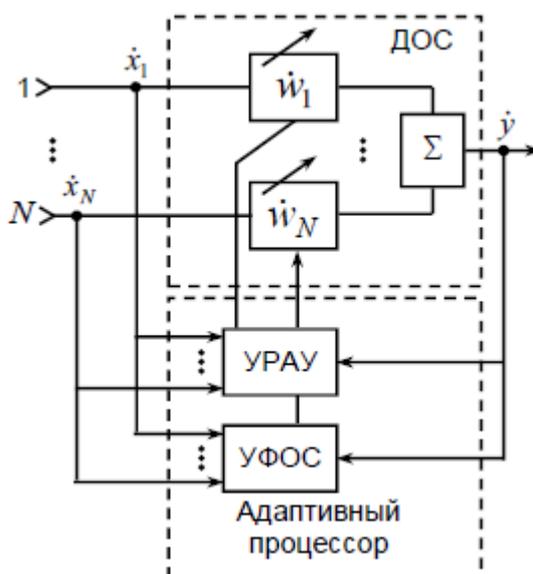


Рисунок 3 – Обобщенная структурная схема адаптивной ФАР

Анализ данного рисунка показал, что обобщенная структурная схема отличается от функциональной схемы на рисунке 1 **детализацией адаптивного процессора**, в составе которого выделены:

- устройство реализации алгоритма (УРАУ);
- устройство формирования опорного сигнала (УФОС).

Для достижения заданного критерия качества в условиях априорной неопределенности используются различные методы теории оптимизации. Алгоритм адаптации представляет собой реализацию конкретного критерия качества посредством выбранного метода адаптации. Алгоритм адаптации и имеющийся набор исходных данных существенно влияют на структурную схему адаптивной антенны. В связи с этим в реальной антенне могут быть в наличии не все связи, показанные на рисунке 3.

### 3. Основные параметры и характеристики адаптивных антенных решеток

Ранее было показано, что адаптивная антенна является многоканальной системой обработки сигналов на выходах антенных элементов. Соответ-

ственно характеристики ААР отражают особенности и антенной решетки и систем обработки.

К **основным характеристика адаптивной антенны** относятся:

1. *Нормированная характеристика направленности по напряженности поля  $F(\mathbf{k})$  и по мощности*, определяемая как и в общей теории антенн соотношением:

$$F^2(\mathbf{k}) = F(\mathbf{k})F^*(\mathbf{k}) = |F(\mathbf{k})|^2, \quad (1)$$

где  $\mathbf{k}$  - волновой вектор, определяющий телесный угол из рассчитываемой сферы.

2. *Отношение сигнал/шум:*

$$SNR = P_{\Pi} / P_{\text{ш}}, \quad (2)$$

где  $P_{\Pi}$ ,  $P_{\text{ш}}$  - мощности полезного сигнала и шума на выходе АА соответственно.

3. *Коэффициент подавления помех  $K_{\Pi}$*  - число, показывающее, во сколько раз уменьшилось отношение мощностей «помеха/шум» в результате адаптации:

$$K_{\Pi} = \frac{P_{\Pi} / P_{\text{ш}}}{P_{\Pi a} / P_{\text{ша}}}, \quad (2)$$

где  $P_{\Pi}$ ,  $P_{\Pi a}$  - мощность помехи на выходе АА до и после процесса адаптации;

$P_{\text{ш}}$ ,  $P_{\text{ша}}$  - мощность шумов на выходе АА до и после процесса адаптации.

4. *Коэффициент выигрыша  $K_c$*  - число, показывающее, во сколько раз увеличилось отношение мощности полезного сигнала к суммарной мощности шума и помех в результате адаптации:

$$K_c = \frac{P_{ca} / (P_{\text{ша}} + P_{\Pi a})}{P_c / (P_{\text{ш}} + P_{\Pi})}, \quad (3)$$

где  $P_c$ ,  $P_{\text{ш}}$ ,  $P_{\Pi}$  - мощности на выходе АА полезного сигнала, шума и помехи соответственно до адаптации;

$P_{ca}$ ,  $P_{\text{ша}}$ ,  $P_{\Pi a}$  - те же мощности после процесса адаптации.

5. *Эффективный коэффициент направленного действия (КНД) АА в заданном направлении:*

$$D_a(\mathbf{k}_0) = \frac{4\pi |\mathbf{k}_0|^2}{\int_{\infty} |F(\mathbf{k})|^2 p(\mathbf{k}) d\mathbf{k}}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{k}_0$  - волновой вектор, определяющий заданное направление;

$p(\mathbf{k})$  - весовой коэффициент, определяющий пространственное распределение плотности потока мощности внешних источников излучения относительно изотропного поля внешних шумов.

6. *Коэффициент запаса  $K_3$ :*

$$K_3 = D_a(\mathbf{k}_c) - D_{a \min}, \quad (5)$$

где  $D_a(\mathbf{k}_c)$  - эффективный КНД АА в направлении полезного сигнала;

$D_{a \min}$  - минимально допустимый эффективный КНД АА в том же направлении, определяемый из условия возможности приема полезного сигнала.

7. *Область радиосвязи*  $\Omega_p$  - пространственная область, в которой КНД АА превышает заданное минимальное значение  $D_{a \min}$ .
8. *Число степеней свободы*  $M_0$  - количество управляемых ВК.
9. *Число подавляемых помех* (определяется особенностями антенны и алгоритма). Максимально возможное число подавляемых помех  $M_0-1$ .
10. *Полоса рабочих частот* – диапазон частот, в котором обеспечивается заданное значение коэффициента подавления помех  $K_{\text{п}}$  или заданная эффективность  $K_c$ .
11. *Степень адаптации антенной решетки*  $m_0$  - отношение общего числа антенных элементов  $N$  к количеству управляемых ВК  $M_0$ :

$$m_0 = \frac{N}{M_0}. \quad (6)$$

12. *Область потерь*  $\Omega_{\text{п}}$  - пространственная область, в которой после адаптации уровень КНД  $D_a(\Omega_{\text{п}})$  меньше заданного минимального значения  $D_{a \min}$ .
13. *Кривые обучения* – зависимости показателей качества АА от времени в процессе адаптации.
14. *Время адаптации* – промежуток времени, в течение которого достигнуто заданное значение показателя качества.
15. *Количество итераций* – число дискретных изменений вектора ВК в процессе адаптации, необходимое для достижения заданного значения показателя качества.
16. *Количество операций* – общее число элементарных математических операций, выполняемых над массивами данных в соответствии с алгоритмом адаптации для достижения заданного показателя качества.

#### 4. Особенности характеристик адаптивных антенных решеток.

Характеристики направленности ААР имеют ряд *особенностей*, вытекающих из следующего физического процесса:

при  $d > \lambda/2$  ( $\lambda$  - рабочая длина волны,  $d$  - расстояние между элементами решетки) «нули» ДН формируются не только в направлении прихода помехи, но и в других случайных направлениях. При совпадении данного случайного направления с направлением прихода полезного сигнала, отношение сигнал/шум  $SNR$  может существенно снизиться.

Для избежания этого вводится *требование*:  
**межэлементное расстояние обязательно** должно быть  $d \leq \lambda/2$ .

При изложении теории далее будет полагаться, что элементы ААР обладают **изотропной ДН**. В реальности этого может не быть, но здесь будем рассматривать влияние алгоритмов, поэтому такой подход не нарушит общности рассуждений и выводов.

Из данного допущения следует, что **характеристика направленности ААР** совпадает с множителем антенной решетки:

$$F(u) = \sum_{n=1}^N w_n^* \exp[iu(2n - N - 1)], \quad (7)$$

где  $u = \frac{\pi d_0}{\lambda} \sin \theta$  - обобщенный угол;

$d_0$  - межэлементное расстояние;

$w_n$  - весовой коэффициент  $n$ -го канала.

Сигнал на выходе такой решетки при одинаковых ВК, т.е. при синфазном сложении, представляется в виде векторной суммы выходных сигналов отдельных элементов:

$$y = \sum_{n=1}^N x_n \exp[iu(2n - N - 1)]. \quad (8)$$

Характеристика направленности (множитель решетки) антенны для этого случая определяется выражением:

$$F(u) = \sum_{n=1}^N \exp[iu(2n - N - 1)] = \frac{\sin(Nu)}{Nu}. \quad (9)$$

Обобщенный угол  $u = \frac{\pi d_0}{\lambda} \sin \theta$  является функцией длины волны (частоты). Для узкополосного сигнала этой зависимостью можно пренебречь.

**Для широкополосных сигналов** характеристика направленности АР существенным образом изменяется. Характер этих изменений имеет важное значение с точки зрения выполнения адаптивной антенной функции подавления помех. Дискретный источник широкополосного сигнала  $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$  эквивалентен непрерывному источнику монохроматического сигнала, распределенному в угловом секторе:

$$\theta_c - \Delta\theta \leq \theta \leq \theta_c + \Delta\theta, \quad (10)$$

где  $\theta_c$  - пространственный угол, определяющий направление на источник полезного сигнала;

$$\Delta\theta = \theta - \left| \arcsin \left( \frac{\sin \theta}{1 + \Delta\lambda / \lambda_0} \right) \right|.$$

Вследствие зависимости обобщенного угла от частоты характеристика направленности ААР тоже оказывается функцией частоты. *Результирующая характеристика направленности* будет представлять собой *суперпозицию характеристик направленности*, соответствующих всем *частотным составляющим сигнала*.

При этом у характеристик направленности, соответствующих разным частотам, «нули» будут сдвинуты относительно друг друга, что приведет в суммарной ДН к эффекту «заплывания» «нулей». При достаточно широком спектре минимумы характеристики направленности вообще могут не наблюдаться.

*Характеристики направленности многолучевых антенн* с суммированием сигналов на общем входе также имеют ряд особенностей.

Характеристика направленности такой антенны есть суперпозиция характеристик направленности отдельных каналов. Введение управляемых ВК позволяет изменять вклад каждой парциальной характеристики направленности и тем самым изменять характеристику направленности ААР в целом:

$$F(\theta) = \sum_{i=1}^I w_i^* F_i(\theta), \quad (11)$$

где  $w_i$  - ВК  $i$ -го канала.

Из анализа (11) следует, что установив ВК  $w_i$  некоторого канала равным нулю, можно сформировать провал в результирующей широкой диаграмме направленности.

**Раздел 1. Основные понятия интеллектуальных антенных решеток**  
**Лекция 3. Влияние различных факторов на эффективность подавления антенной решетки**

*Рассматриваемые вопросы*

1. Классификация воздействующих на адаптивную антенну факторов.
2. Снижение эффективности диаграммообразования ААР.

*Рекомендуемая литература*

1. Адаптивные антенные решетки. Ч.1. / В.А. Григорьев, С.С. Щесняк, В.Л. Гулюшин, Ю.А. Распаев, О.И. Лагутенко, А.С. Щесняк. – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. – 179 с.
2. Григорьев В.А. Комбинированная обработка сигналов в системах радиосвязи. – Москва: Эко-Трендз, 2002. – 264 с.
3. Ратынский, М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. / М.В. Ратынский. - М.: Радио и связь, 2003.
4. Баланис, К.А., Иоанидес, П.И. Введение в смарт-антенны. / К.А. Баланис, П.И. Иоанидес. М.: Техносфера, 2012. 200 с.
5. Алешин С.Л., Бибарсов М.Р., Новиков А.Н. Методика пространственно-временной обработки широкополосных сигналов и ее реализация в адаптивных антенных решетках // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2021. - №12. – С. 221-227.
6. Звезда Ю.А., Новиков А.Н., Цыпорина И.Г., Шерстобитов А.И. Возможности квазиоптимальной пространственной обработки сигналов в антеннах с цифровым формированием диаграммы направленности // Успехи современной радиоэлектроники. – 2011. - № 9. – С. 41-45.
7. Звезда М.Ю., Звезда Ю.А., Сильницкий С.А. Оценка влияния электродинамических эффектов в адаптивных антеннах с предварительной обработкой сигналов // Антенны. - 2010. - № 1(152). – С. 27-30.
8. Габриэльян Д.Д., Звезда М.Ю., Звезда Ю.А., Безуглов Ю.Д. Характеристики адаптивных антенн при пространственно-поляризационной обработке сигналов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2010. – Т.15, № 5. – С. 38-41.
9. Звезда М.Ю., Лабунько О.С., Звезда Ю.А. Влияние поверхностных волн на глубину формируемого «нуля» диаграммы направленности антенны // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2008. – Т.13, №5. – С. 29-32.
10. Габриэльян Д.Д., Шевченко В.Н., Звезда М.Ю. Оценка потенциально достижимых характеристик антенных решеток произвольной геометрии при пространственно-поляризационной селекции сигналов // Элек-

тромагнитные волны и электронные системы. – 2008. – Т.13, № 6. – С. 59-62.

## 1. Классификация воздействующих на адаптивную антенну факторов.

Параметры адаптивной антенной решетки в условиях априорной неопределенности сигнально-помеховой обстановки зависят от

- конструкции антенны;
- используемого при обработке сигнала математического аппарата (алгоритма обработки).

Следовательно, воздействия на антенную решетку, ее конструктивные характеристики и используемый математический аппарат образуют три группы факторов, определяющих построение и функционирование адаптивной антенны. Указанные факторы в совокупности и связи между ними показаны на рисунке 1.

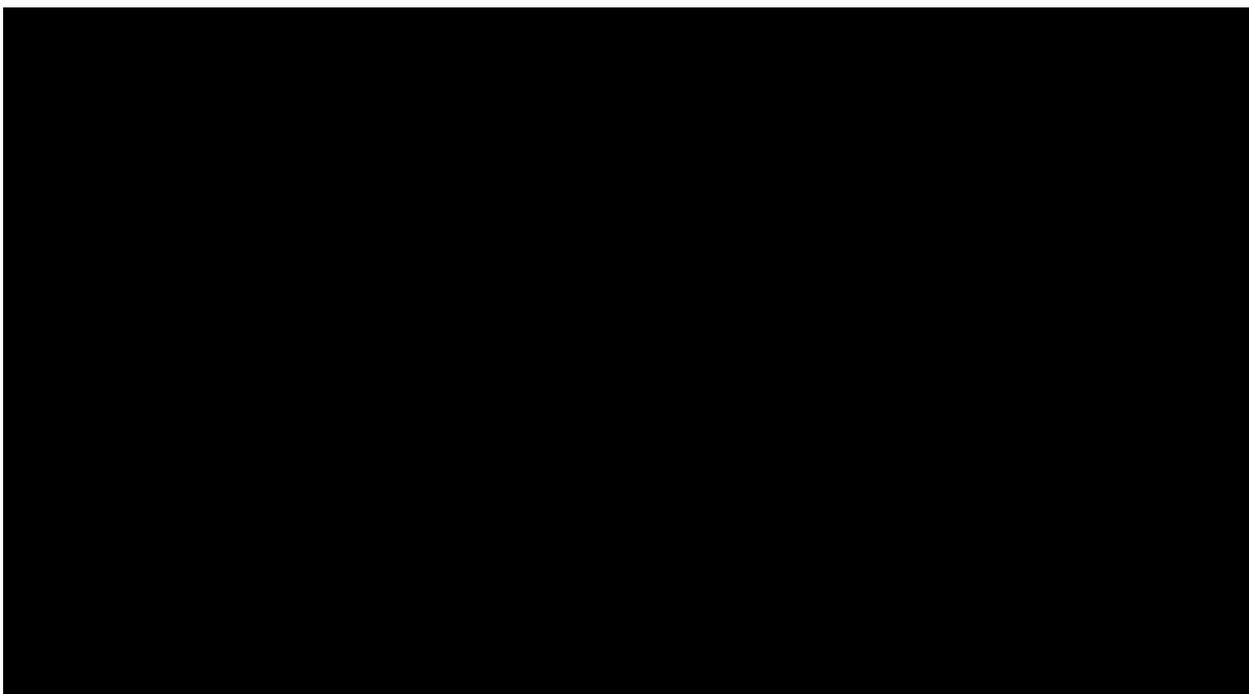


Рисунок 1 – Обобщенная модель построения и функционирования ААР:  
сплошные линии – логические связи;  
пунктирные линии – конструктивные связи ААР

Рассмотрим более подробно данную схему.

**Воздействия** (помечены буквой «В») - все исходные данные, необходимые для формирования сигнала управления:

- сигнально-помеховая обстановка;

- априорные данные о полезных сигналах и помехах;
- характеристики антенной решетки (исходное АФР или ДН, информация о коэффициентах взаимной связи между элементами антенной решетки).

**Математические аппарат обработки сигналов** (помечены буквой «М»):

- задаваемые заранее показатели качества функционирования ААР;
- требования к ААР;
- критерий, метод и алгоритм адаптации.

**Конструктивные факторы** (помечены буквой «К»):

- способ реализации алгоритма;
- принцип построения антенны (общая структура (адаптивный компенсатор, антенна фильтрации сигналов, однолучевая или многолучевая антенна), наличие или отсутствие предпроцессора);
- диаграммообразующая схема (ДОС);
- непосредственно антенная решетка;
- процессор.

Выполним предварительную оценку влияния перечисленных выше факторов на качество функционирования ААР.

**Априорные исходные данные:**

- *сигнально-помеховая обстановка:*
  - мощности;
  - направления воздействия (прихода) сигналов и помех;
  - временная или частотная структура полезных и помеховых сигналов и др.
- *базовые характеристики антенной решетки:*
  - матрица взаимных сопротивлений элементов решетки;
  - количество и координаты элементов АР;
  - минимальная ширина главного лепестка ДН и др.

Показатели качества и требования к ее характеристикам ААР совместно с априорными данными служат основой для определения принципов построения адаптивной антенны.

На основе заданных показателей качества и требований к адаптивной антенне, выделенных априорных данных и выбранного принципа построения определяется критерий адаптации, т.е. критерий оптимальности результата адаптивного регулирования.

Наиболее часто используются **критерии оптимальности результата адаптивного регулирования:**

- максимума отношения сигнал/ (помеха+шум) (ОСПШ, SNR),
- минимума среднеквадратической ошибки (минимум СКО),
- минимума мощности шума на выходе антенны и ряд других.

Каждый метод адаптации может быть реализован разными способами. К *способам реализации* относятся:

- в цифровом или аналоговом виде;
- с применением электронных или оптических устройств и др.

От способа реализации метода адаптации существенно зависят результирующие характеристики адаптивной антенны.

Метод оптимизации и выбранный способ его реализации по отношению к конкретному критерию оптимизации с учетом априорных данных приводит к синтезу математического алгоритма адаптации.

Входными данными для работы алгоритма адаптации являются текущие состояния сигнально-помеховой обстановки и характеристик антенны (например, АФР поля на раскрые антенны).

Синтезированный алгоритм адаптации задает тип и конструкцию процессора. Выбранный принцип построения ААР с учетом алгоритма адаптации определяет конкретную конструкцию адаптивной решетки, прежде всего вид диаграммообразующей схемы (ДОС).

В процессе работы на основе информации о текущих состояниях сигнально-помеховой обстановки, поступающей с элементов АР, и характеристик антенны процессор в соответствии с алгоритмом адаптации формирует управляющие воздействия на ДОС, изменяя коэффициенты передачи (весовые коэффициенты) каналов. ДОС подключена к элементам АР и обеспечивает требуемые изменения АФР на ее раскрые, т.е. изменение формы ДН.

## **2. Снижение эффективности диаграммообразования ААР**

Основной задачей адаптивной антенной решетки является изменение формы диаграммы направленности в зависимости от сложившейся сигнально-помеховой обстановки. Для реализации данной задачи в качестве исходных данных должна иметься информация о свойствах сигналов и/или аппаратных средствах, с помощью которых она сформирована. Это обусловлено тем, что алгоритмы, реализующие формирование ДН, чувствительны в любом отклонениям геометрии конструкции АР. Кроме того, следует отметить, что в алгоритмах, использующих временной опорный сигнал, делаются некоторые предположения о структуре сигнала, которые могут отличаться от реальности.

*Наиболее часто встречающимися факторами*, приводящими к невыполнению начальных условий работы ААР, являются:

- взаимное влияние антенных элементов;
- погрешности каналов ААР предварительной обработки сигнала;
- многолучевое распространение сигнала;
- ограниченное количество выборов.

***Взаимное влияние антенных элементов.***

**Адаптивная антенна** – это сложная *электродинамическая система*, элементы которой находятся в тесной взаимосвязи через принимаемые (излучаемые) электромагнитные поля.

Выделяют **два канала взаимной связи**:

- окружающее антенну пространство;
- общую фидерную систему.

В соответствии с этим делением межэлементные (межканальные) взаимные связи подразделяются на внешние и внутренние.

Эффекты **внешней взаимной связи** достаточно сильно выражены в АР с плотно заполненными апертурами при межэлементных расстояниях, примерно равных длине волны и менее.

Взаимодействие элементов АР (излучателей) оказывает существенное влияние на АФР поля в апертуре антенны, в частности, изменение ВК в одном из каналов воздействует на амплитуды и фазы поля в других каналах (соседних). В результате изменяется распределение поля во всей апертуре АР, что, в конечном счете, отражается в уходе положения главного лепестка и формируемых «нулей» ДН от требуемых направлений, что ухудшает качество функционирования адаптивной антенны.

Внутренняя взаимная связь обусловлена попаданием части энергии одного фидерного канала через сумматоры (делители) на соседние фидерные каналы.

В ряде случаев конструкцию антенной решетки и фидерной системы можно разработать такой, что эффектами как внутренней, так и внешней взаимной связи можно существенно снизить. В качестве излучателей таких АР, например, используются крупно-апертурные антенны (зеркальные, рупорные и др.), а суммирующие устройства дополняются невзаимными элементами, например, вентилями.

Однако в общем случае и в большинстве практических ситуаций взаимное влияние в элементах АР играет существенную роль и избавиться от него конструктивными методами не удастся.

### ***Погрешности каналов ААР предварительной обработки сигнала***

К погрешностям каналов относят:

- неидентичность аналоговых приемных трактов;
- фазовый шум;
- разбалансировку преобразований в синфазный и квадратурный каналы;
- квантование.

**Неидентичность** аналоговых приемных трактов приводит к тому, что они в силу некоррелированности с поступающим сигналом вызовут деформацию ДН, сформированной алгоритмом диаграммообразования.

*Фазовый шум* образуется за счет наличия в приемниках ААР одного или нескольких гетеродинов для преобразования сигнала радиочастоты на низкую промежуточную частоту. В идеальном случае на выходе всех источников опорных частот содержится сигнал только одной частоты, но в реальности в них присутствует энергия в окрестности опорной частоты – фазовый шум. Его главными источниками являются:

- фликкерный шум полупроводниковых элементов;
- шум самого устройства;
- фильтрационный эффект резонатора.

*Разбалансировка преобразования в синфазный и квадратурный каналы.*

В приемниках ААР также необходимо преобразование сигнала с промежуточной частоты на комплексную нулевую частоту. Используя аналоговый квадратурный демодулятор, это может привести к несогласованным синфазным и квадратурным каналам, если присутствуют амплитудные и/или фазовые разбалансировки. На практике данные разбалансировки носят незначительный характер, и могут быть исключены применением цифровых способов преобразования.

*Квантование*

Число бит аналого-цифровых преобразователей является критичным параметром для проектирования всей системы, поскольку оно непосредственно влияет на всю цифровую часть системы. Для идеальной ААР для получения максимального значения ОСПШ достаточно АЦП с 8 битами разрядности. Однако для неидеальной автоматической регулировки усиления необходимо АЦП с большей разрядностью.

***Ограниченное количество выборок***

Ограниченное количество выборок приводит к неидеальному формированию «нуля» ДН. Совсем малый размер выборок может соответствовать переходному процессу, т.е. когда «нуль» ДН только формируется.

***Многолучевое распространение сигнала***

Обусловлено в городских условиях плотной застройкой, от которой луч в процессе распространения подвергается переотражениям. Вне города переотражения могут наблюдаться на высоких частотах от метеообразований, пыли и т.п. В результате в приемном устройстве наблюдается не один, а несколько сигналов, различающихся случайным образом по фазе, амплитуде, временной задержке и углам прихода. Результирующий сигнал претерпевает замирания, т.е. флуктуирует.

Рассмотрим более подробно вопрос аналитического учета взаимной связи.

Сама по себе задача алгоритмического учета взаимных связей является весьма сложной. Это обусловлено электродинамическим характером ее происхождения. При этом необходимо учитывать множество факторов:

- тип и размер антенных элементов;
- межэлементные расстояния;
- вид АФР по апертуре решетки;
- число одновременно воздействующих сигналов и помех и направления их приема;
- вид ДОС;
- форму и электрические свойства поверхности, на которой располагается ААР и др.

Существуют *два основных подхода* к рассматриваемой проблеме:

- экспериментальное измерение параметров взаимных связей для достаточно большого числа состояний управляемых элементов с последующей аппроксимацией функций взаимной связи;
- теоретический расчет параметров взаимной связи для любой комбинации исходных данных.

Первый подход позволяет добиться заметного улучшения характеристик ААР, однако он недостаточно точен и не пригоден для ААР с большим числом элементов.

Второй подход связан как с теоретическими, так и с вычислительными сложностями. Это обусловлено тем, что алгоритм определения реакций АР на внешние воздействия должен обеспечивать получение решения (и формирование управляющих воздействий) за допустимое время, т.е. в режиме реального времени. В противном случае такая реализация не будет иметь смысла. Обычно при построении математической модели АР обычно принимают компромиссное решение, также подразумевающее два подхода.

- 1) Составление *модели АР в целом*. Модель связывает выходные характеристики с внешними воздействиями на антенную систему
- 2) *Декомпозиция АР* на отдельные функциональные узлы: систему излучателей, весовые коэффициенты, распределительную систему.

Первый вариант возможен только при построении математических моделей АР относительно низкого уровня адекватности.

Второй вариант позволяет разрабатывать более точные математические модели, включая и модели электродинамического уровня. В связи с этим далее будет использоваться второй вариант представления моделей.

*Этапы составления математической модели АР* при втором подходе:

1. Декомпозицию АР на отдельные узлы.
2. Выбор способов представления входных воздействий на узлы АР и их ответных реакций.

*Выбираются*

а) формы описания входных и выходных сигналов внутренних узлов АР

(падающих и отраженных волн, в одномодовом и многомодовых режимах).

б) способы представления поля излучения

(суперпозиция характеристик направленности отдельных излучателей, суперпозиция полей, создаваемых в раскрыве АР, суперпозиция сферических волн и др.)

*Критерий выбора* – обеспечение численной реализации математической модели с наименьшими вычислительными затратами.

### 3. Выбор физических приближений построения математической модели

Введением ряда физически обоснованных допущений и упрощений исходная задача сводится к такой, которая может быть решена численными методами.

В качестве *допущений* выступают идеальная проводимость металла, отсутствие потерь в диэлектрике.

*Упрощения* в каждом конкретном случае определяются условиями задачи: замена боковой поверхности АР металлическим экраном бесконечных размеров, монохроматичность сигнала, идентичность входящих в АР излучателей и др.

### 4. Математическая формулировка задачи.

Для каждого функционального узла строится система математических соотношений, описывающих происходящие процессы.

Требование к соотношениям – возможность определить в итоге реакцию антенной системы на входные сигналы и управляющие воздействия с учетом взаимодействия элементов АР.

### 5. Численная реализация математической модели.

Включает выбор метода решения системы уравнений, полученной на этапе 4, и реализация алгоритма в виде вычислительной программы.

В состав общей математической модели адаптивной антенной решетки входят математические модели распределительной системы, весовых коэффициентов и согласованных излучателей. Входами и выходами распределительной системы и ВК являются одномодовые линии передачи сигналов. В связи с этим данные функциональные узлы можно описывать какими-либо матрицами многополюсников, в частности, матрицами рассеяния. Пример получаемой модели распределительной системы в виде матрицы многополюсников показан на рисунке 2.

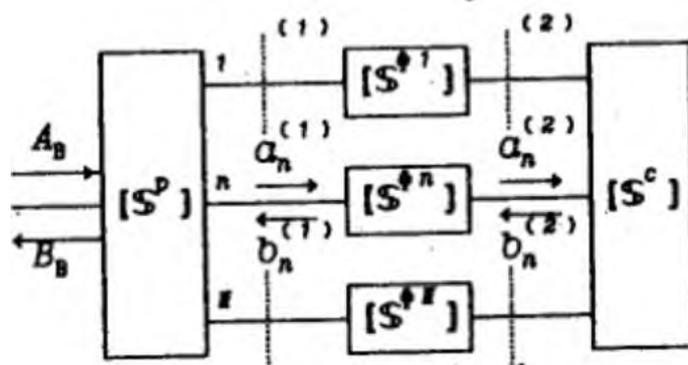


Рисунок 2 – Представление модели распределительной ААР  
в виде многополюсников

На данном рисунке приняты следующие обозначения:

$A_B, B_B$  - амплитуды падающей и отраженной волн на входе распределительной системы;

$a, b$  - амплитуды падающих и отраженных волн. Нижние индексы соответствуют номерам каналов АР, верхние индексы обозначают различные участки одного канала: (1) – между выходами распределительной системы и входами ВК; (2) – между выходами ВК и входами согласованных излучателей; (3) – между излучателями и свободным пространством.

**Раздел 1. Основные понятия интеллектуальных антенных решеток**  
**Лекция 4. Основы системного подхода представления распространения радиосигнала на трассе**

*Рассматриваемые вопросы*

1. Ограничения энергетического характера.
2. Описание многолучевого распространения луча на трассе.

*Рекомендуемая литература*

1. Адаптивные антенные решетки. Ч.1. / В.А. Григорьев, С.С. Щесняк, В.Л. Гулюшин, Ю.А. Распаев, О.И. Лагутенко, А.С. Щесняк. – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. – 179 с.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – Москва: Радио и связь, 1982. – 624 с.
3. Габриэльян Д.Д., Шевченко В.Н., Звездина М.Ю. Оценка потенциально достижимых характеристик антенных решеток произвольной геометрии при пространственно-поляризационной селекции сигналов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2008. – Т.13, № 6. – С. 59-62.
4. Jayasinghe P., Jayasinghe L.K.S., Juntti M., Latva-aho M. Effect of CCI and feedback delay on the multi-antenna AF relaying over asymmetric fading channels // Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), 6-9 April 2014, doi: 10.1109/WCNC.2014.6952358.
5. Kun Z., Gustafson C., Qingbi L., Shuai Z., Bolin T., Zhining Y., He S. Channel Characteristics and user body effects in an outdoor urban scenario at 15 and 28 GHz // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2017. – Vol.65, № 12. – С.6534-6548.
6. Tuovinen T., Tervo N., Parssinen A. Analyzing 5G RF system performance and relation to link budget for directive MIMO // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2017. – Vol.65, № 12. – С.6636-6645.
7. Neil C., Shafi M., Smith P.J., Dmochowski P.A., Jianhua Z. Impact of Microwave and mmWave Channel Models on 5G Systems Performance // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2017. – Vol.65, № 12. – С. 6505-6520.

**1. Ограничения энергетического характера.**

При оценке пределов эффективности обработки сигналов в интеллектуальных антенных решетках в первую очередь необходимо оценить энергетические характеристики сигналов, поступающих на их вход в зависимости от сигнально-помеховой обстановки. С этой целью приведем соотношения,

описывающие энергетику радиолинии, а также выполним анализ возможностей управления получаемыми характеристиками.

Анализ начнем со схемы радиолинии, показанной на рисунке 1.

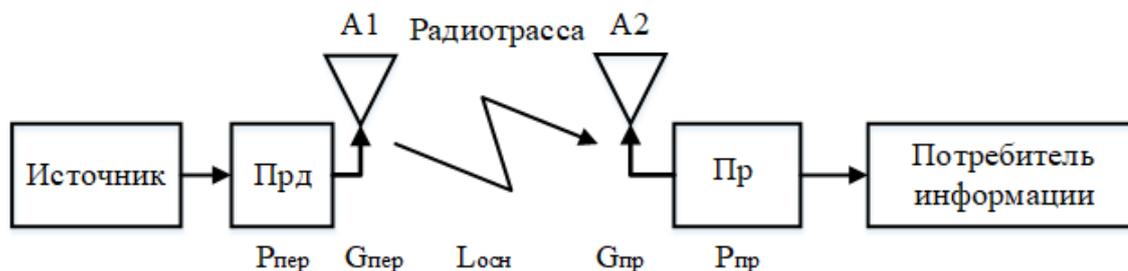


Рисунок 1 – Общая схема радиотрассы

В соответствии с приведенной схемой источник формирует информацию, которая после кодирования и модуляции подается на передатчик Прд (или же Tx в английской транскрипции). С помощью антенны A1 полученный сигнал с помощью электромагнитных волн в качестве носителя передается по радиотрассе на антенну A2. Полученный сигнал поступает на приемник Пр (или Rx в английской транскрипции) абонента. Далее сигнал обрабатывается (усиление, демодуляция, дешифровка) и выделенная информационная составляющая поступает потребителю (абоненту).

С точки зрения энергетики имеем:

- передатчик имеет мощность  $P_{пер}$ ,
- приемник обладает чувствительностью  $P_{пр}$ ,
- передающая антенна имеет коэффициент усиления  $G_{пер}$ ,
- приемная антенна -  $G_{пр}$ .

На радиотрассе вследствие распространения имеют место потери энергии радиоволны (основные потери распространения)  $L_{осн}$ .

Упрощенный бюджет радиолинии рассчитывается с помощью уравнения радиосвязи:

$$P_{пр} = \frac{P_{пер} G_{пер} G_{пр}}{L_{осн}}. \quad (1)$$

Рассмотрим возможный диапазон входящих в соотношение (1) параметров, а также возможность управления ими.

В практических случаях на характеристики из (1) накладываются следующие ограничения:

- коэффициенты усиления антенн передатчика  $G_{пер}$  и приемника  $G_{пр}$  не превышают 40..60 дБ, для мобильных систем (не адаптивных антенн) КУ не превышают 2..3 дБ;

- чувствительность приемника должна превышать некую минимальную мощность  $P_{min}$ , связанную с конструкцией приемника и определяющей возможность приема сигнала в сложившейся сигнально-помеховой обстановке:

$$P_{пр} \geq P_{min}. \quad (2)$$

Значения коэффициентов усиления антенн  $G_{\text{пер}}$  и  $G_{\text{пр}}$ , а также мощность передатчика  $P_{\text{пер}}$  – выбираемые (регулируемые) величины.

Основные потери при распространении (основные потери радиолинии)  $L_{\text{осн}}$  учитывают только длину радиотрассы  $R$  и частоту передатчика (через длину волны):

$$L_{\text{осн}} = \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (\text{в разгах}) \quad (3a)$$

или в децибеллах

$$L_{\text{осн}} = -[32,5 + 20\lg R + 20\lg f]. \quad (3б)$$

В соотношении (3б) длина радиотрассы  $R$  должна быть выражены в километрах, а частота в мегагерцах. Анализ соотношения (3б) показывает, что величина основных потерь радиолинии зависит только от параметров трассы и частоты передатчика и не подлежит управлению.

Однако, учет дополнительных факторов, например, многолучевого распространения, приводит к дополнительному увеличению потерь еще на 30..40 дБ. При этом данный эффект подлежит управлению, например, либо с помощью технологии ММО либо с помощью методов адаптации. В обоих случаях требуются антенны, дополненные системами обработки принимаемых сигналов. На рисунке 2,б показан пример снижения потерь от многолучевого распространения сигнала, отражающаяся в уменьшении потерь от фединга (осцилляциях сигнала во временном интервале), при использовании технологии ММО. Для сравнения на рисунке 2,а показан уровень принимаемого сигнала обычной антенной без использования технологии ММО.

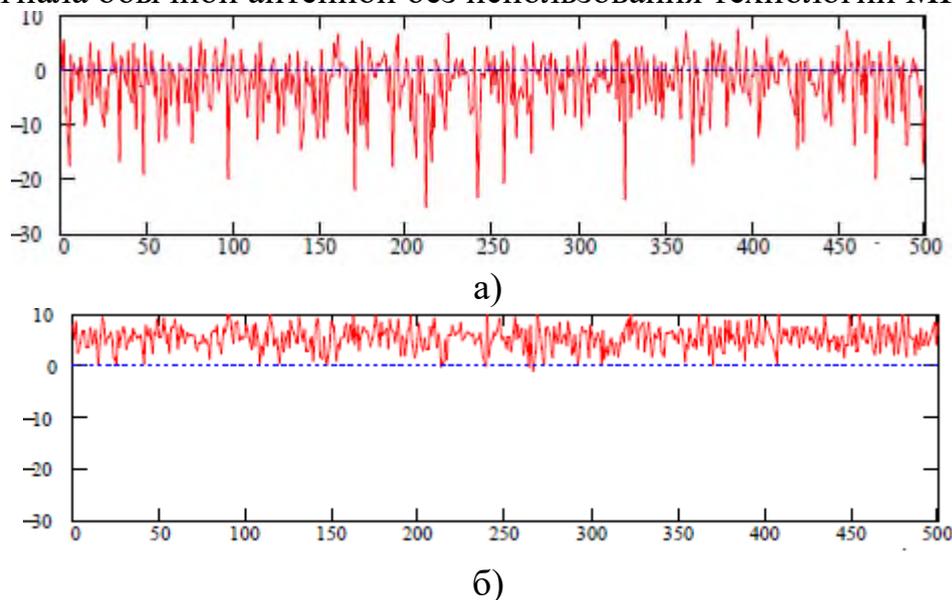


Рисунок 2 – Пример снижения потерь от многолучевого распространения при использовании технологии ММО:

$a$  – без использования технологии;  $б$  – с использованием ММО

Уточним выражения, описывающие нахождение показателя отношение сигнал/помеха+шум (ОСПШ, SNR), с учетом введенных обозначений:

- отношение сигнал/шум (ОСШ, SNR) без учета интерференции:

$$SNR = \gamma = \frac{P_c}{P_{ш}}, \quad (4)$$

- отношение сигнал/шум+помеха (ОСПШ, SNIR) с учетом интерференции:

$$SNIR = \gamma = \frac{P_c}{P_{ш} + P_{пом}}, \quad (46)$$

где  $P_c$ ,  $P_{ш}$ , и  $P_{пом}$  - мощность полезного сигнала, мощность шума и мощность помехового сигнала соответственно.

Для удовлетворительной обработки в линиях связи требуется, чтобы  $\gamma=(10..30)$  дБ.

С учетом соотношений (4) минимальная чувствительность приемника должна удовлетворять неравенствам

- без учета интерференции

$$P_{\min} \geq \gamma P_{ш}, \quad (5a)$$

- с учетом интерференции

$$P_{\min} \geq \gamma(P_{ш} + P_{пом}). \quad (56)$$

Приведем пример управления качеством приема сигнала при использовании технологий, учитывающих интерференцию. На рисунке 3 приведена зависимость вероятности битовой ошибки (BER) от величины ОСШ (SNR) для фазоманипулированного сигнала при использовании систем с учетом и без учета интерференции.

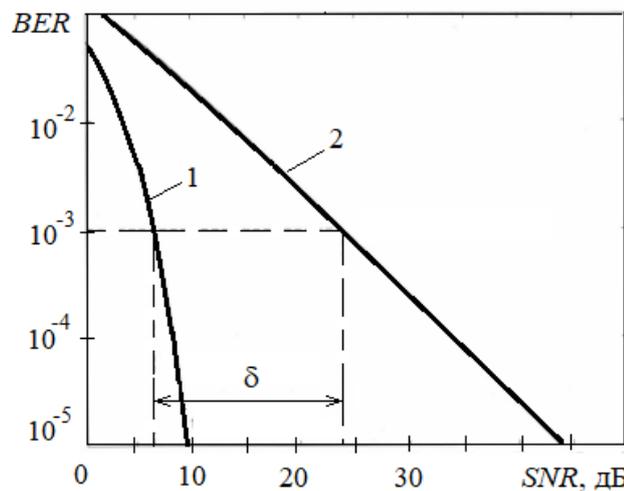


Рисунок 3 – Влияния мероприятий по снижению эффекта многолучевого распространения сигнала на величину BER:

1 – в системах с учетом интерференции;

2 – в системах без учета интерференции

Анализ данного рисунка показывает, что использование технологии управление федингом (снижения потерь от фединга, обусловленного много-

лучевым распространением сигнала) дает выигрыш в требованиях к величине ОСШ  $\gamma$  в системе на величину  $\delta$ . Для рассматриваемого варианта он составляет  $\delta=15-18$  дБ при обеспечении  $BER$ , равного  $10^{-3}$ .

Следует отметить, что технологии ММО и адаптивная технология вводят к уже используемым уровням управления – частоте и времени, дополнительный уровень – пространство. Это позволяет для адаптивных технологий в направлении на интерферируемый луч формировать «нуль» ДН, как показано на рисунке 4.

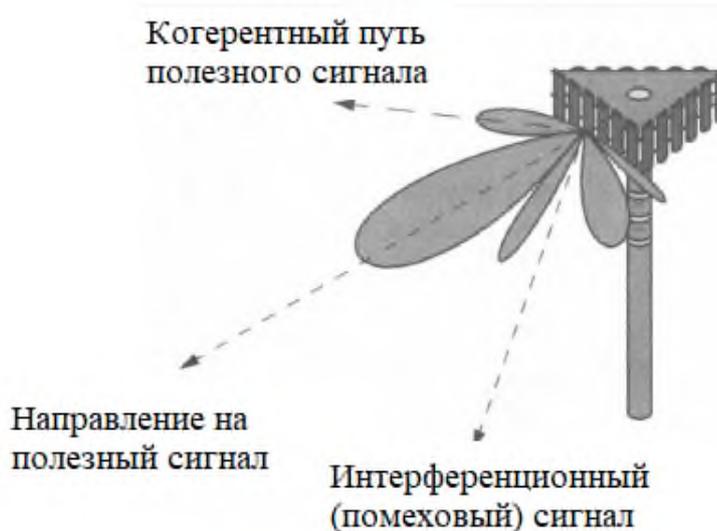


Рисунок 4 – Пример формирования ААР «нуль» ДН по интерференционному направлению

## 2. Описание многолучевого распространения луча на трассе

В первом вопросе лекции было показано, что современные технологии обеспечивают существенное снижение потерь за счет управления (учета) многолучевым распространением сигнала на трассе.

В связи с этим рассмотрим более подробно механизм учета многолучевого распространения луча на трассе. Для оценки потерь энергии обычно используется следующая модель.

### 1) Допущения и предположения.

а) Передающая антенна является изотропной. В связи с этим вводится понятие *эквивалентной изотропной излучаемой мощности* (ЭИИМ, английский эквивалент *EIRP*):

$$P_e = P_{\text{пер}} G_{\text{пер}}. \quad (6)$$

б) С учетом данного предположения появляется понятие *эффективной апертуры приемной антенны*:

$$S_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{\text{пр}}. \quad (7)$$

в) *Поступающая на приемник мощность* (уравнение Фрииса) будет определяться выражением:

$$P_{\text{пр}} = \frac{G_{\text{пр}} P_e}{L_{\text{осн}}} \quad (8)$$

г) Понятие свободного пространства (уравнение Фрииса) будет справедливо, если *выполняется условие*:

$$R \geq \frac{2D^2}{\lambda} \ \& \ R \gg D, \lambda, \quad (9)$$

где  $D$  - максимальный размер антенны;

$\lambda = c/f$  - длина волны;

$c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в свободном пространстве;

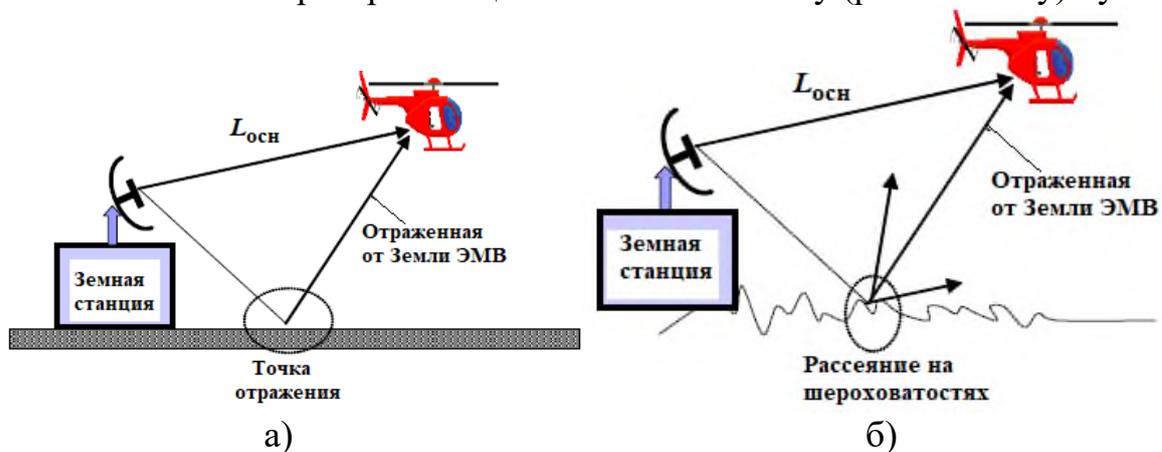
$f$  - частота передатчика.

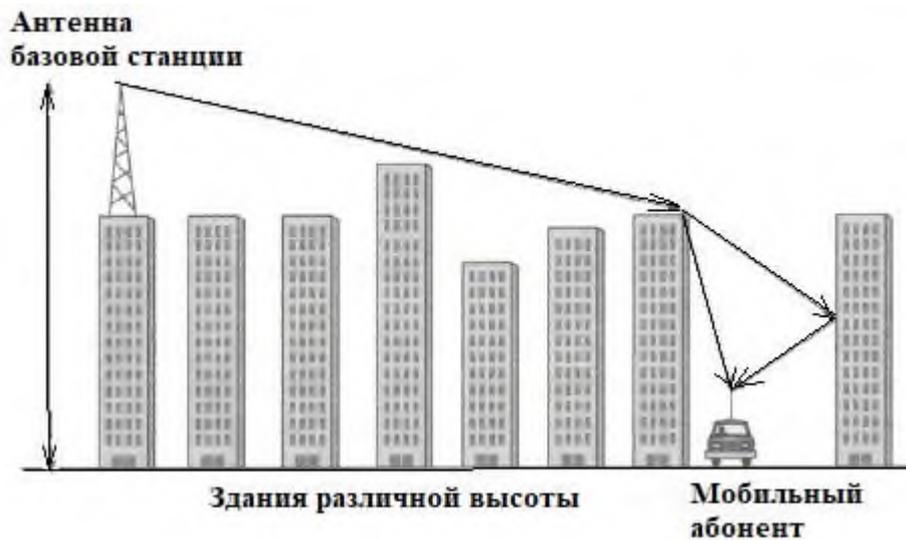
Поскольку обычно  $D > \lambda$ , то в условии (9) обычно применяется только первое неравенство.

## 2) Основные используемые явления для описания процесса распространения радиоволны

- отражение* от объектов с размерами, превышающими длину волны  $\lambda$  (от Земли, больших зданий, гор и т.д.);
- дифракция* (помимо падающей волны, распространяющейся от передатчика к приемнику, имеются и отраженные от объектов волны). Направление распространения определяются законами оптики;
- рассеяние на неоднородностях* (объектах с размерами намного меньшими длины волны, например, каплях дождя, тумане, атмосферных неоднородностях). Наблюдается на частотах выше 10 ГГц.

На рисунке 5 показаны особенности представления указанных процессов. Напомним, что основные потери при распространении  $L_{\text{осн}}$  наблюдаются для падающей волны, распространяющейся по оптическому (релеевскому) пути.





в)

Рисунок 5 – Эффекты, наблюдаемые при распространении радиоволны по трассе:

*a* – отражение; *б* – рассеяние; *в* - дифракция

3) **Классификация потерь энергии при распространении в терминах вариаций сигнала:**

а) *потери за счет ослабления* при прохождении расстояния (средняя мощность сигнала без учета вариаций, т.е. на расстояниях свыше (1..10) км в зависимости от частоты) аналогичны потерям основного типа  $L_{осн}$ . Определяются сомножителем:

$$P_{пр} \sim \frac{1}{R^v}, \quad v = 2..8. \quad (10)$$

Индекс  $v=2$  соответствует свободному пространству (условие Зоммерфельда в электродинамике).

Остальные значения индекса зависят от окружающей обстановки и определяются по результатам измерений. Получаемые при этом закономерности для различных значений  $R/\lambda$  и  $v$  показаны на рисунке 6.

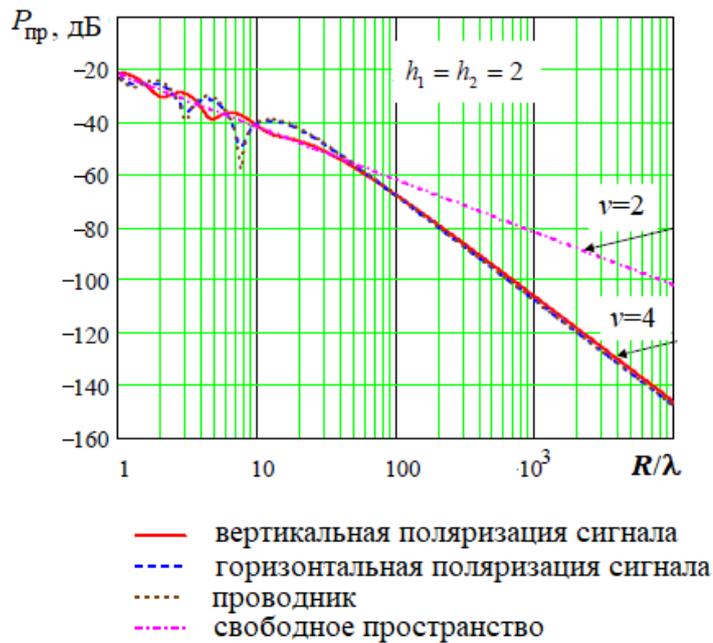


Рисунок 6 – Зависимость ослабления сигнала от расстояния и типа ослабления

Пример определения варианта решения, описываемого индексом  $v=4$  на данном рисунке, соответствует случаю двухлучевой модели распространения, показанной на рисунке 5,а. Сама модель приведена на рисунке 7.

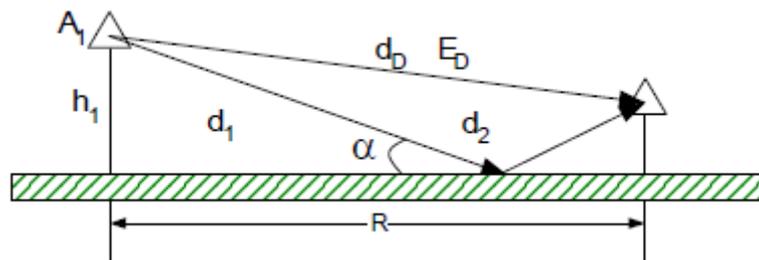


Рисунок 7 – Двухлучевая модель распространения радиоволны

В соответствии с моделью двухлучевого распространения радиоволны суммарное поле в точке приема определяется интерференцией двух лучей:

$$E_s = E_0 + E_d = E_0(1 + V), \quad (11)$$

где  $V$  –интерференционный множитель. После подстановки его значения с учетом задержек фаз сигналов соотношение из (11) преобразуется к виду:

$$E_s \approx \frac{E_0}{d_D} \left| 1 + \Gamma \frac{d_D}{d_1 + d_2} \exp(j\Delta\varphi) \right|, \quad (12)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_1 + d_2 - d_D) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d, \quad (13)$$

где  $\dot{\Gamma} = \Gamma \exp(j\Delta\varphi)$  - комплексный коэффициент Френеля в точке отражения на поверхности границы раздела сред (в нашем случае Земли).

Во многих практических случаях

$$d_1 + d_2, d_D \gg \lambda; d_1, d_2, d_D \gg h_1, h_2, \frac{d_D}{d_1 + d_2} \approx 1.$$

При пологом распространении луча ( $\alpha \ll 1$ ,  $\Gamma \approx -1$ ) имеем формулу Введенского:

$$|E_s| \approx \frac{E_0}{d_D} |1 - \exp(j\Delta\varphi)| \approx \frac{4\pi h_1 h_2 A}{\lambda R^2}. \quad (14)$$

Из анализа данной формулы и учета того, что  $P \sim |E|^2$ , получаем  $P \sim \frac{1}{R^4}$ , т.е.  $\nu = 4$ .

Полученный вывод, примененный к анализу рисунка б, позволяет сказать, что многолучевое (в нашем случае двухлучевое) распространение радиоволны приводит к увеличению потерь и, соответственно, к снижению принимаемой приемником мощности  $P_{пр}$ ;

- б) *крупномасштабные замирания* (связаны с эффектами потерь на трассе и затенениями). Наблюдаются на расстояниях порядка 100 м, могут быть игнорированы на расстояниях порядка нескольких длин волн. Моделируется с помощью логнормального распределения.

*Вариант 1. Шероховатая поверхность.* Поверхность с шероховатостями высотой  $\Delta h$  считается шероховатой, если выполняется критерий Релея:

$$\Delta h \geq \frac{\lambda}{8 \sin \alpha}, \quad (15)$$

где  $\alpha$  - угол скольжения.

Модифицированный коэффициент отражения вычисляется по формуле:

$$\Gamma' = \Gamma \rho_s, \quad (16)$$

где

$$\rho_s = \exp \left[ -8 \left( \frac{\sigma_s}{\Delta h_0} \right)^2 \right] I_0 \left[ 8 \left( \frac{\sigma_s}{\Delta h_0} \right)^2 \right], \quad (17)$$

$\sigma_s$  - среднеквадратическое отклонение высоты шероховатости.

В результате крупномасштабные замирания обусловлены затенениями от шероховатостей.

*Вариант 2. Затенение.*

Вариант распространения радиоволны в районе с плотной застройкой. Модель траектории показана на рисунке 8.

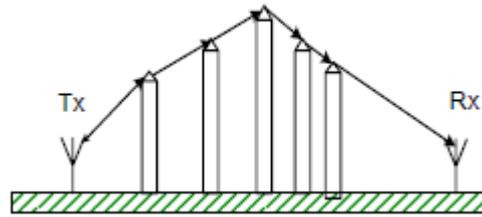


Рисунок 8 – Траектория радиоволны при распространении в районе с плотной застройкой

Результирующий сигнал в приемнике имеет вид:

$$E_s = E_0 \prod_{i=1}^N \Gamma_i, \quad |\Gamma_i| \leq 1. \quad (18)$$

Результирующая мощность при таком представлении:

- в разгах

$$P_s \sim |E_s|^2 = |E_0|^2 \prod_{i=1}^N |\Gamma_i|^2, \quad (19a)$$

- в децибеллах

$$P_{s, \text{дБ}} = |P_{0, \text{дБ}}| + 20 \prod_{i=1}^N \lg |\Gamma_i|, \quad (19б)$$

где  $P_0$  - мощность основных потерь радиосигнала, распространяющегося по оптическому пути.

Если  $|\Gamma_i|$  являются случайными слабо взаимозависимыми величинами, каждая из которых вносит малый вклад относительно общей суммы, то распределение мощности описывается нормальным законом распределения со смещением  $P_{0, \text{дБ}}$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_{\text{дБ}}$ :

$$\rho(x) = \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{дБ}}} \exp\left(-\frac{(P_{\text{дБ}} - P_{0, \text{дБ}})^2}{2\sigma_{\text{дБ}}^2}\right), \quad (20)$$

где  $P_{0, \text{дБ}} = 10 \lg(P_0)$ ;

$$\sigma_{\text{дБ}}^2 = \langle (P_{\text{дБ}} - P_{0, \text{дБ}})^2 \rangle.$$

Уравнение (20) описывает логнормальное распределение.

с) *мелкомасштабные замирания* (связаны с многолучевым распространением сигнала, описываются моделью фединга)

(подразделяются на медленные и быстрые, гладкие и частотно-селективные.

*Медленные замирания* наблюдаются когда при передаче информационного символа передаточная характеристика канала изменяется незначительно,

*быстрые* - в противном случае замирания называются.

*Гладкие замирания* – если время передачи символа существенно превосходит среднеквадратическое отклонение значений задержек лучей,

*частотно-селективные* – если меньше).

Моделируются с помощью различных распределений:

гладкие – с помощью релейского замирания и при отсутствии прямой видимости,

при наличии прямой видимости - райсовским распределением и распределением Накагами.

Модель фединга, обусловленного многолучевым распространением:

#### А) *Релейское распределение*

Представление плоской волны, приходящей в приемник Rx с различных направлений записывается через синфазную и квадратурную составляющие соотношением:

$$\begin{aligned} E_s(t) &= \sum_{i=1}^N E_i \cos(\omega t + \varphi_i) = \sum_{i=1}^N E_i \cos \varphi_i \cos(\omega t) - \sum_{i=1}^N E_i \sin \varphi_i \sin(\omega t) = \\ &= E_x \cos(\omega t) - E_y \sin(\omega t), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$  - огибающая сигнала.

Б) Делают *предположение о нормальном распределении* амплитуд и фаз сигналов, образующих результирующий сигнал.

При достаточно большом числе слагаемых  $N$  предположение является справедливым, поскольку результирующий сигнал на входе приемника является суммой многих случайных слабо взаимозависимых величин, каждая из которых вносит малый вклад относительно общей суммы.

Вследствие этого по центральной теореме имеем, что амплитуды синфазной ( $E_x$ ) и квадратурной ( $E_y$ ) составляющих также изменяются по *нормальному закону распределения* с нулевым математическим ожиданием, следовательно, являются гауссовыми переменными. При этом сомножитель  $\rho(x)$  подчиняется закону *распределения Релея*:

$$\rho(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (22)$$

где  $\sigma^2$  - дисперсия амплитуды электрического поля  $E$ :

$$\sigma^2 = \langle E_x^2 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \langle E_i^2 \rangle. \quad (23)$$

$N$  – размер выборки ( $N \geq 5 \dots 10$ ), т.е. число одновременно пришедших на приемник радиоволн.

Приёмник функционирует хорошо, если  $E \geq E_{\text{пор}}$  ( $E_{\text{пор}}$  – некоторая пороговая величина);

в противном случае сигнал не распознается на общем фоне, т.е. линия считается закрытой.

В частном случае релейского распределения линия считается закрытой, если мощность сигнала после интерференции в приемнике будет меньше -30 дБ.

### ***Райсовское распределение***

Результирующий сигнал на входе приемника описывается также гауссовыми переменными, однако с ненулевым средним. Разложение на синфазную и квадратурную составляющие имеет вид:

$$E_s(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0) + \sum_{i=1}^N E_i \cos(\omega t + \varphi_i), \quad (24)$$

где  $E_0, \varphi_0$  – некоторые постоянные.

Преобразуя соотношение (23), получаем

$$E_s(t) = (E_x + E_{x0}) \cos(\omega t) - (E_y + E_{y0}) \sin(\omega t), \quad (25)$$

$$E = \sqrt{(E_x + E_{x0})^2 + (E_y + E_{y0})^2}. \quad (26)$$

***Функция плотности вероятности*** для  $E$  (при  $x=E, x_0=E_0$ ) распределения Райса имеет вид:

$$\rho(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + x_0^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{xx_0}{\sigma^2}\right), \quad (27)$$

где  $I_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Введем  $K$ -фактор:  $K = -\frac{x_0^2}{2} \frac{1}{\sigma^2}$ , в котором первый сомножитель позволяет учесть *стабильность* потерь мощности, а второй сомножитель – *степень рассеяния* за счет многолучевости мощности.

Таким образом,  $K$ -фактор позволяет оценить устойчивость основных потерь при распространении.

С учетом  $K$ -фактора соотношение (27) принимает вид:

$$\rho(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2} + K\right) I_0\left(\sqrt{2K} \frac{x}{\sigma}\right). \quad (28)$$

**Раздел 2. Адаптивные алгоритмы обработки сигналов**  
**Лекция 5. Градиентный алгоритм обработки сигналов**  
**в интеллектуальной антенной решетке**

*Рассматриваемые вопросы*

1. Общие сведения о методах адаптации.
2. Градиентный алгоритма адаптации.

*Рекомендуемая литература*

1. Адаптивные антенные решетки. Ч.1. / В.А. Григорьев, С.С. Щесняк, В.Л. Гулюшин, Ю.А. Распаев, О.И. Лагутенко, А.С. Щесняк. – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. – 179 с.
2. Григорьев В.А. Комбинированная обработка сигналов в системах радиосвязи. – Москва: Эко-Трендз, 2002. – 264 с.
3. Ратынский, М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. / М.В. Ратынский. - М.: Радио и связь, 2003.
4. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – Москва: Радио и связь, 1980. – 440 с.
- 5.

**1. Общие сведения о методах адаптации.**

В предыдущих лекциях отмечалось, что основной особенностью интеллектуальных антенных решеток является обеспечение в реальном режиме времени изменение формы диаграммы направленности требуемым образом, определяемым изменением сигнально-помеховой обстановки. Изменение формы достигается подстройкой амплитудно-фазового распределения (АФР) в раскрые антенны. Поскольку излучающий раскрыв выполнен в виде системы дискретных излучателей, то формирование требуемого АФР достигается обеспечением амплитуды и фазы в элементах решетки, т.е. комплексных амплитуд или в терминах адаптивной антенной решетки – вектора весовых коэффициентов (ВВК). Подстройка ВВК осуществляется в вычислителе на основе заложенного в него алгоритма адаптации до тех пока заданный критерий оптимизации не будет достигнут. Критерии качества функционирования ААР были также уже рассмотрены в первом модуле.

Во втором модуле выполним анализ известных методов адаптации, на основе которых разрабатываются алгоритмы адаптации.

*Суть* любого *критерия адаптации* заключается в достижении экстремума соответствующей целевой функции. Способ достижения этого экстремума называется *методом адаптации*.

Выбор метода адаптации определяет эффективность алгоритма адаптации. Их взаимосвязь отражена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Взаимосвязь между критерием адаптации и методом адаптации

На практике поиск оптимальных весовых коэффициентов (ВК), соответствующих экстремумам функции алгоритма адаптации, осуществляется различными способами. Для этих целей используются:

- **методы оптимизации**, т.е. методы, в которых целевая функция априорно точно известна;
- **методы адаптации**, т.е. методы, когда априори неизвестна целевая функция.

Поскольку параметры сигнально-помеховой обстановки являются неизвестными, то в интеллектуальных антенных решетках используются методы адаптации.

Классификация методов адаптивного поиска экстремумов стационарных целевых функций показана на рисунке 2.

**По способу реализации процесса адаптации** методы подразделяются на

- дискретные (дискретное изменение ВК);
- непрерывные;
- комбинированные.

В зависимости от количества итераций (шагов) установления ВК из исходного в конечное состояние методы адаптации делятся на

- итерационные;
- неитерационные.



Рисунок 2 – Классификация методов адаптации

*Итерационные методы* основаны на уточнении ВК от итерации к итерации:

$$\mathbf{W}(j+1) = \mathbf{A} \mathbf{W}(j) - \mathbf{H} \mathbf{b}_0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{H}$  - матрицы коэффициентов;

$\mathbf{b}_0$  - вектор, указывающий направление изменения ВК.

Процесс получения итерационного решения проиллюстрирован на рисунке 3.

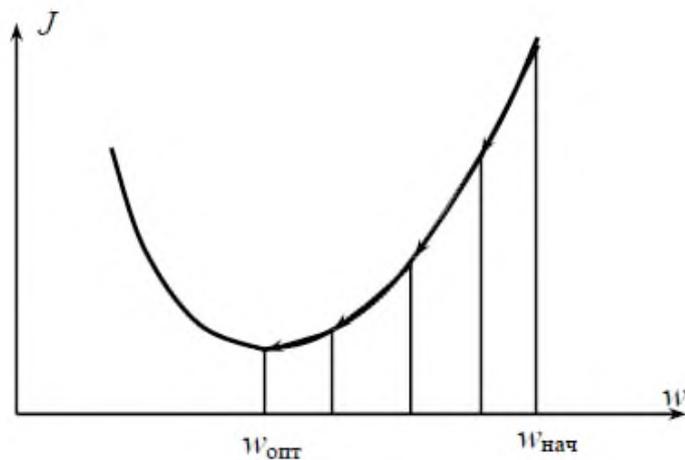


Рисунок 3 – Итерационный процесс получения решения

**Целевая функция** обычно описывается уравнением второго или более высокого порядка. Информация о кривизне целевой функции в каждой точке адаптации существенно влияет на сходимость решения. В зависимости от степени полинома, описывающего (аппроксимирующего) целевую функцию, различают методы адаптации первого, второго и высших порядков.

Если сигналы нестационарны и их статистические свойства меняются, то значение целевой функции в каждой точке становится до некоторой степени неопределенными. Иными словами, поверхность целевой функции становится «размытой» либо изменяет свою форму или местоположение относительно системы координат, как показано на рисунке 4. В этих случаях процесс адаптации состоит не только в движении к точке экстремума, но и в слежении за этой точкой во времени, поскольку она меняет координаты.

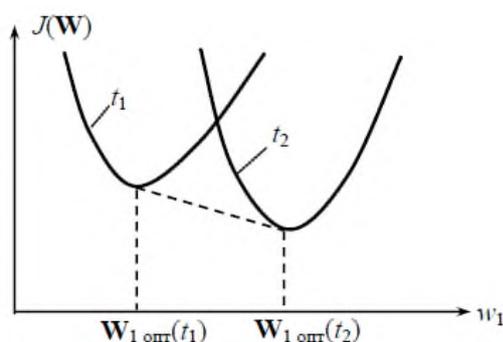


Рисунок 4 – Изменение целевой функции во времени

На практике **вследствие ограниченности времени** оценки параметров **получение точных значений целевой функции невозможно**. В связи с этим основной задачей теории адаптации является разработка аналитических методов и алгоритмов, позволяющих осуществить поиск оптимальных (с точки зрения экстремума) ВК только по данным измерений или оценки параметров. Процесс адаптации наглядно представляет функция, называемая **кривой обучения**. График этой функции строится путем соединения точек, соответствующих отдельным непрерывным или дискретным значениям показателя эффективности в различные моменты времени (или на различных итерациях). При непрерывном изменении аргумента кривая обучения полностью лежит на поверхности целевой функции. В процессе адаптации показатель качества стремится по кривой обучения к экстремальному значению целевой функции в точке, определяемой оптимальным вектором ВК. Примеры данного движения для различных вариантов целевой функции показаны на рисунке 5.

К методам первого порядка относятся обычные градиентные методы типа:

$$\mathbf{W}(j+1) = \mathbf{W}(j) - \alpha \nabla_{\mathbf{w}} J, \quad (2)$$

где  $\alpha$  - некоторый постоянный коэффициент;

$\nabla_{\mathbf{w}} J$  - градиент целевой функции  $J$  в базисе ВК.

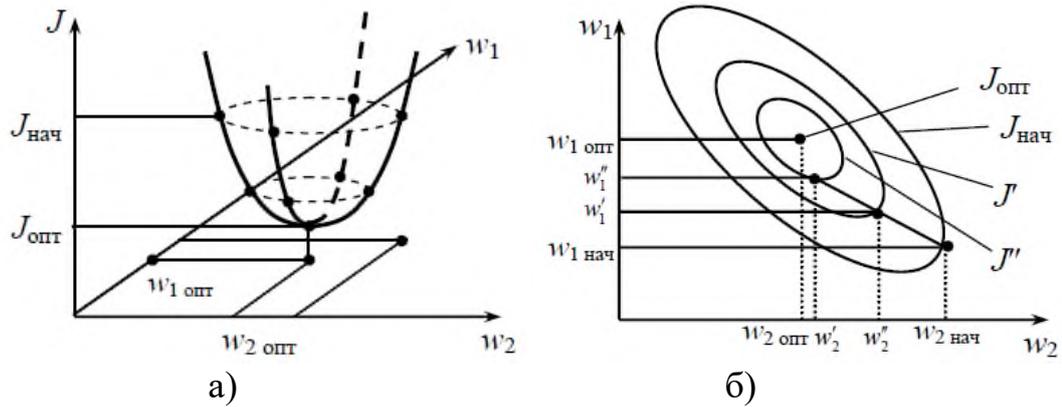


Рисунок 5 – Примеры представления графика целевой функции:  
*а* – квадратичная целевая функция;  
*б* – двумерная целевая функция

Методы второго порядка включают в себя известный метод Ньютона и его модификации типа

$$\mathbf{W}(j+1) = \mathbf{W}(j) - \alpha \left( \frac{\partial J}{\partial \mathbf{W}^2} \right)^{-1} \nabla_{\mathbf{W}} J, \quad (3)$$

где  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{W}^2}$  - вторая производная целевой функции.

**Итерационные дискретные методы адаптации** основаны на непосредственном расчете по формулам для оптимальных ВК, например,

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_{xd}. \quad (4)$$

где  $\mathbf{R} = P_c \mathbf{b}_c \mathbf{b}_c^+ + \sum_{i=1}^{L_{\text{ш}}} P_{\text{ш}i} \mathbf{b}_{\text{ш}i} \mathbf{b}_{\text{ш}i}^+ + \sigma_{\text{ш}}^2 \mathbf{I}$  - корреляционная матрица входного сигнала;

$\mathbf{R}_{xd} = P_c \rho_k \mathbf{b}_c$  - матрица взаимной корреляции сигналов;

$P_c$  - мощность полезного сигнала;

$P_{\text{ш}i}$  - мощность  $i$ -го помехового сигнала;

$\rho_k$  - коэффициент корреляции;

$\sigma_{\text{ш}}^2$  - мощность (дисперсия) внутреннего шума;

$\mathbf{I}$  - единичная матрица;

«+» - знак эрмитова сопряжения;

$L_{\text{ш}}$  - число помеховых сигналов;

$\mathbf{b}_c$  - вектор-столбец координат элементов антенны,  $i$ -й элемент которого определяется для плоской АР соотношением:

$$b_i = \exp \left[ -j \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta (x_i \cos \varphi + y_i \sin \varphi) \right], \quad (5)$$

$\theta, \varphi$  - угол места и азимут, определяющие направление прихода сигнала относительно начала сферической системы координат;

$x_i, y_i$  - координаты  $i$ -го антенного элемента в декартовой системе координат. Геометрия задачи и отсчет углов показан на рисунке 7.

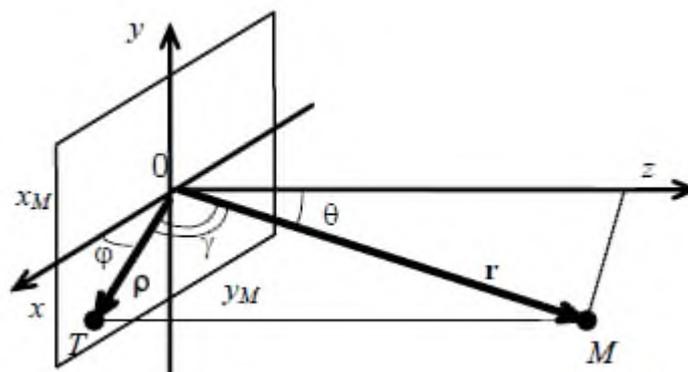


Рисунок 7 – Геометрия задачи для варианта плоской ААР

## 2. Градиентный алгоритма адаптации

Рассмотрим более подробно градиентный метод адаптации.

Как известно, *градиентные методы адаптации основаны на определении градиента целевой функции исходя из представления его аналитической записи.* Следовательно, *характеристики градиентного метода определяются видом целевой функции.*

Весовые коэффициенты изменяются в направлении, определяемом градиентом целевой функции, указывающем направление наиболее крутого спуска возрастания функции. Если критерий минимизирует целевую функцию, то вектор ВК изменяется в противоположном направлении, или, как говорят, в направлении антиградиента ЦФ.

Процесс адаптации при использовании градиентного метода описывается выражением (2). Повторим его запись:

$$\mathbf{W}(j+1) = \mathbf{W}(j) - \alpha(j)\nabla_{\mathbf{w}}J,$$

где  $\alpha(j)$  - некоторый постоянный коэффициент;

$\nabla_{\mathbf{w}}J$  - градиент целевой функции  $J$  в базисе ВК.

Процесс итерации при использовании данного метода показан на рисунке 8. На нем изображены три итерации для случая, когда экстремум ЦФ является минимумом.

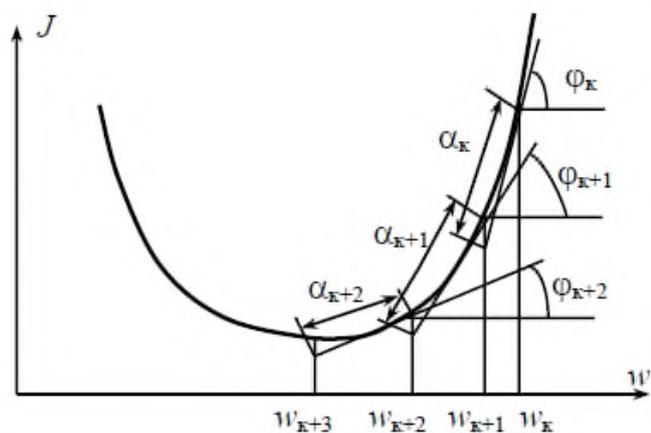


Рисунок 8. – Иллюстрация нахождения оптимальных значений ВК при использовании градиентного метода

Для приближения к минимуму целевой функции коэффициент  $\alpha(j)$  должен быть положительным числом. Модуль его значения является, по сути, шагом в адапционном процессе. Выбор коэффициента  $\alpha(j)$  осуществляется с учетом следующих требований:

- процесс не должен расходиться, т.е.

$$\alpha(j) \leq \alpha(j)_{\max},$$

- величина  $\alpha(j)$  должна уменьшаться по мере приближения к экстремуму.

Геометрически данные требования отображают процесс движения по кривой обучения. В первом случае расхождение соответствует переходу на каждой итерации с одной ветви ЦФ на другую с превышением нового значения ЦФ предыдущего значения. Во втором случае, также будет наблюдаться переход («перескок») с одной ветки на другую при медленном уменьшении значения ЦФ. Поскольку уменьшение шага на всей оси адаптации приводит к росту вычислительных затрат, то шаг уменьшают только на последнем этапе при приближении к экстремуму. Конкретные значения  $\alpha(j)$  зависят от вида целевой функции.

Входящий в выражение (2) градиент целевой функции  $\nabla_W J$  в каждой точке соответствует тангенсу угла наклона  $\phi_j$ , показанного на рисунке 8. По мере приближения к экстремуму величина градиента уменьшается.

*Значения градиента ЦФ могут быть вычислены двумя основными методами:*

- прямым;
- косвенным.

При *прямом методе* используются непосредственно значения параметров, которые входят в аналитическую форму записи градиента ЦФ. Однако в силу многообразия целевых функций обобщить и проанализировать данные методы сложно.

При *косвенном методе* расчета эти параметры не используются. Обладают универсальностью вследствие наличия некоторых общих параметров градиентов различных ЦФ.

Далее остановимся на них. Методов много, рассмотрим один.

**Метод ортогональных возмущений.**

Основан на возмущении вектора ВК некоторой функцией с дальнейшим выделением из ЦФ или ее части искомого градиента.

*Выделение градиент осуществляется*

- в *непрерывном случае* путем синхронного детектирования,
- в *дискретном случае* - соответствующих дискретных преобразований.

При **синхронном детектировании**

1) **Изменение вектора весовых коэффициентов** - приращение (**возмущение**) каждого ВК на величину  $\gamma\delta_n(t)$

( $\gamma$  - постоянный коэффициент,

$n$  - номер ВК (канала),

$\delta_n(t)$  - некоторая ограниченная случайная или детерминированная функция времени).

$\gamma\delta_n(t)$  ( $n=1,2,\dots,N$ ) - **возмущающая функция** или **возмущающая последовательность**; **вектор возмущений**, **векторная возмущающая функция**.

2) **Изменение целевой функции:**

$$J[\mathbf{W}, \boldsymbol{\delta}(t)] = J[w_1 + \gamma\delta_1(t), \dots, w_n + \gamma\delta_n(t)], \quad (6)$$

где  $\boldsymbol{\delta}^T(t) = \|\delta_1(t) \dots \delta_N(t)\|$  -  $N$ -мерная векторная функция возмущений.

3) **Выделение** в ЦФ  $N$ -мерного вектора  $\mathbf{Z}$ , содержащего информацию о влиянии введенных возмущений:

$$\mathbf{Z} = \gamma\delta_n(t) \left[ J(\mathbf{W}) + \gamma\boldsymbol{\delta}^+(t) \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} + \frac{1}{2} \gamma^2 \boldsymbol{\delta}^+(t) \frac{\partial^2 J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}^2} \boldsymbol{\delta}(t) \right]. \quad (7)$$

где «+» - знак эрмитова сопряжения.

4) **Усреднение** вектора  $\mathbf{Z}$  по времени  $T$ :

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{Z}(t) dt. \quad (8)$$

5) **Преобразование** вектора  $\mathbf{Z}$  с учетом усреднения:

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \frac{1}{T} \left\{ J(\mathbf{W}) \gamma \int_0^T \boldsymbol{\delta}(t) dt + \gamma \int_0^T \boldsymbol{\delta}(t) \boldsymbol{\delta}^+(t) \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} dt + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \gamma^3 \int_0^T \boldsymbol{\delta}(t) \boldsymbol{\delta}^+(t) \frac{\partial^2 J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}^2} \boldsymbol{\delta}(t) dt \right\}. \quad (9)$$

6) **Дополнение** (9) условиями на возмущающую функцию  $\boldsymbol{\delta}(t)$ :

$$\gamma \int_0^T \delta(t) dt = 0; \quad (10a)$$

$$\gamma \int_0^T \delta(t) \delta^+(t) \frac{\partial J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}} dt = 0; \quad (10б)$$

$$\frac{1}{2} \gamma^3 \int_0^T \delta(t) \delta^+(t) \frac{\partial^2 J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}^2} \delta(t) dt = \begin{cases} \gamma^2 & \text{при } n = k; \\ 0 & \text{при } n \neq k, \end{cases} \quad (10в)$$

где  $n$  и  $k$  – номера возмущающих функций. При вычислении левой части (10в) получаем квадратную матрицу с отличными от нуля диагональными элементами.

В соотношениях (10а) и (10б) нуль в правой части равенство нулю всех  $N$  компонент вектора, получаемого при вычислении левых частей формул.

### ***Вид возмущающих функций.***

На практике часто применяют возмущающие функции вида:

$$\gamma \delta_n(t) = \gamma \sin(\omega_n t). \quad (11)$$

При определенном выборе частот условия (10) выполняются.

После их подстановки в (9) получаем выражение для **градиента целевой функции**:

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \gamma^2 \frac{\partial^2 J(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{W}^2} = \gamma^2 \nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{W}). \quad (12)$$

Таким образом, *можно точно определить градиент ЦФ*, если ЦФ является дважды дифференцируема.

К классу дважды дифференцируемых относятся

- целевые функции среднеквадратического отклонения:

$$J_1 = d^2 - 2\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{xd} + \mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{xx} \mathbf{W}, \quad (13)$$

- выходной мощности сигнала

$$J_6 = \mathbf{W}^+ \mathbf{R}_{mm} \mathbf{W} + 2\lambda(\mathbf{W}^+ \mathbf{b}_c - a). \quad (14)$$

где  $a$  – комплексная постоянная.

Для данных функций градиенты определяются выражениями:

$$\nabla_{\mathbf{w}} J_1 = 2\mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} - 2\mathbf{R}_{xd}, \quad (15)$$

$$\nabla_{\mathbf{w}} J_6 = 2\mathbf{R}_{mm} \mathbf{W} - 2\lambda \mathbf{b}. \quad (16)$$

Анализ соотношений (15) и (16) показывает, что градиенты рассматриваемых ЦФ являются линейными функциями относительно вектора весовых коэффициентов  $\mathbf{W}$ .

Градиентные методы используются не только для непосредственного поиска экстремума ЦФ. На практике вычисление градиента как вспомогательная операция может находить применение в прямых и параметрических методах адаптации.

**Раздел 2. Адаптивные алгоритмы обработки сигналов**  
**Лекция 6. Адаптивный процессор Хауэлса-Аппельбаума**  
**в интеллектуальных антенных решетках**

*Рассматриваемые вопросы*

1. Общие сведения об адаптивном процессоре Хауэлса-Аппельбаума.
2. Двухэлементная антенная решетка с одним контуром адаптивного управления.

*Рекомендуемая литература*

1. Адаптивные антенные решетки. Ч.2. / В.А. Григорьев, С.С. Щесняк, В.Л. Гулюшин, Ю.А. Распаев, О.И. Лагутенко, А.С. Щесняк. – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. – 118 с.
2. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. – Москва: Радио и связь, 1986. – 448 с.
3. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – Москва: Радио и связь, 1980. – 440 с.
4. Ратынский, М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. / М.В. Ратынский. - М.: Радио и связь, 2003.
5. Вайс С.Н. Особенности адаптивной пространственно-временной обработки сигналов в самолетных станциях дальнего радиолокационного обнаружения // Научный вестник МГТУ ГА. – 2013. - № 198.
6. Кожевников Е.А. Адаптивная система приема широкополосных сигналов // Журнал радиоэлектроники. – 2013. - № 10. - URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct11/8/text.html>.

**1. Общие сведения об адаптивном процессоре Хауэлса-Аппельбаума.**

*Процессор Хауэлса-Аппельбаума* является исторически одним из первых вычислителей, которые устанавливались в антеннах радиолокационных устройств. Учитывает **особенности радиолокационного сигнала**:

- полезный сигнал отсутствует в течение большей части времени приема.

(характерно в импульсных радио- или гидролокационных системах)

- направление прихода полезного сигнала известно.

Реализован **алгоритм максимизации обобщенного значения отношения сигнал/шум (ОСШ)**.

**Область применения** – подавление помех и отражений от местных предметов.

Рассмотрим более подробно **принципы**, которые используются при работе адаптивного процессора Хауэлса-Аппельбаума.

В адаптивных антенных решетках *пространственная фильтрация* заключается в

а) автоматическом *определении направления прихода сигнала от источника помехи*;

б) формировании *дополнительной диаграммы направленности* с максимумом в направлении помехи;

в) последующем *вычитании дополнительной диаграммы* из исходной.

Данные операции проиллюстрированы на рисунке 1.

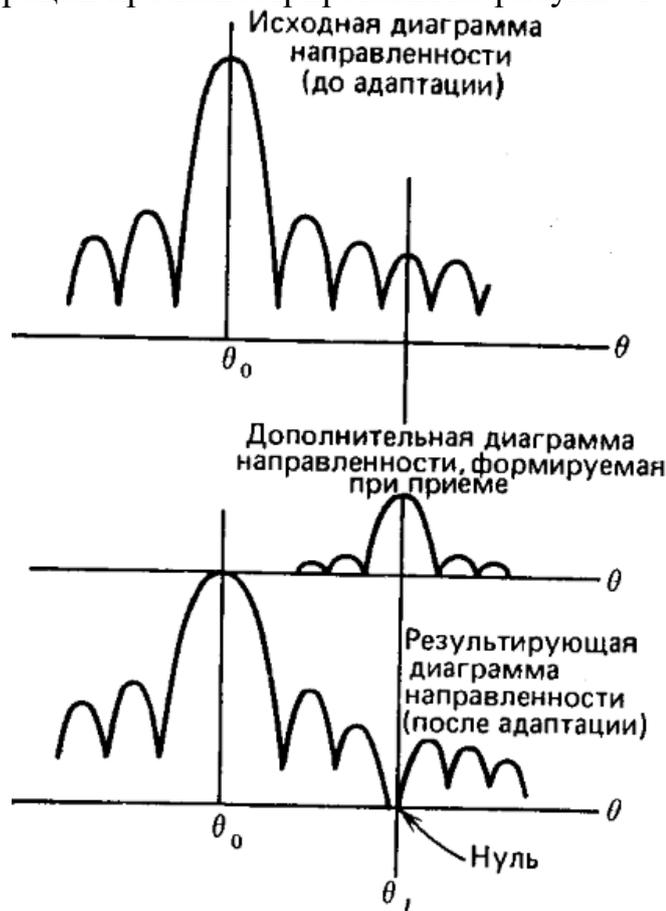


Рисунок 1 – Иллюстрация формирования ДН ААР при одном источнике помехи с использованием дополнительной ДН

### 1) **Фазовое сопряжение.**

Формирование дополнительной ДН в направлении помехи **требует задержки сигнала** с выхода каждого элемента решетки для обеспечения одновременного появления принятого сигнала на выходах всех элементов решетки.

#### **Условие фазового сопряжения:**

Время задержки для узкополосных сигналов эквивалентно фазовому сдвигу (с точностью  $\pm 2\pi$ ). Вследствие этого устройства задержки заменяются

фазовращателями. **Фазовый сдвиг должен быть равен фазе принимаемого элементом сигнала, взятый с обратным знаком.**

**Реализуется** условие с помощью смесителя.

## 2) Корреляционный интерферометр.

Для обеспечения фазового сопряжения значения **ВК** - результат взаимной корреляционной обработки опорного сигнала и выходных сигналов элементов решетки.

Опорный сигнал – это либо выходной сигнал отдельной антенны, либо всей АР, в которой находится регулируемый элемент.

**Принцип работы** как в корреляционном интерферометре.

Схема корреляционного интерферометра показана на рисунке 2.

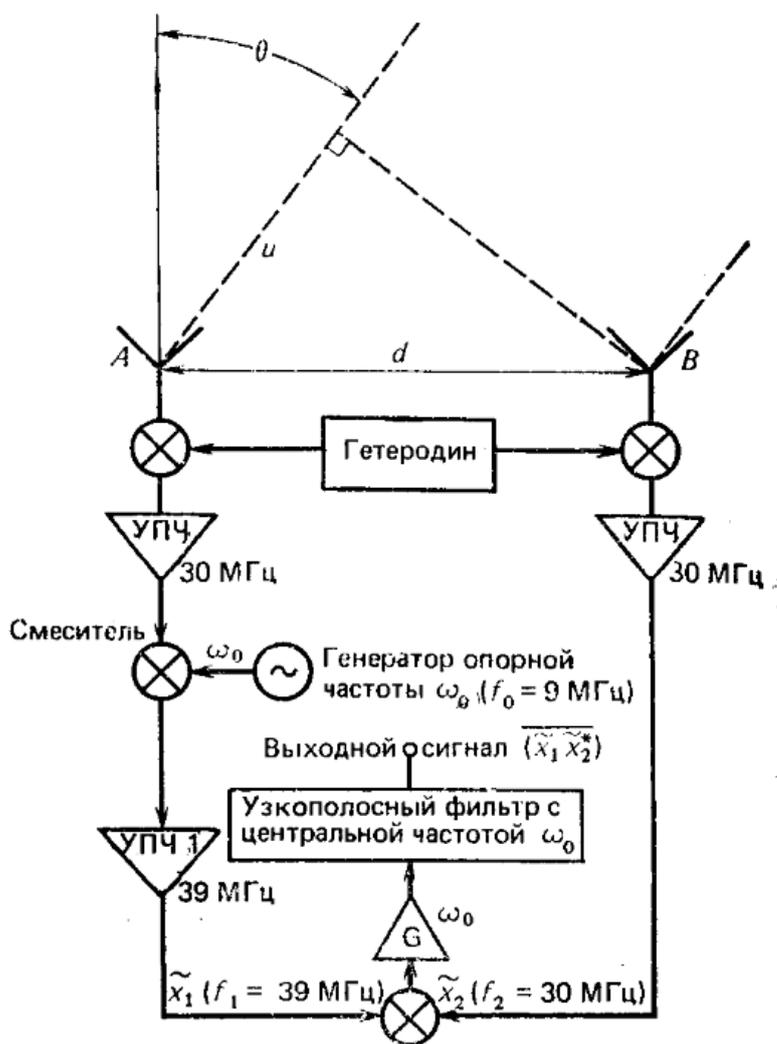


Рисунок 2 – Функциональная схема корреляционного интерферометра

### **Исходные данные:**

**Излучатель** – точечный одиночный.

**Фронт волны** – плоский, приходящий на двухэлементную АР с излучателями *A* и *B* под углом  $\theta$ .

Разность фаз в принимаемых элементами АР сигналах определяется соотношением:

$$u = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta, \quad (1)$$

где  $d$  – расстояние между фазовыми центрами антенны;

$\lambda$  – длина волны принимаемого сигнала.

*Описание схемы функционирования.*

Высокочастотные сигналы (ВЧ) с выходов антенн  $A$  и  $B$  преобразуются в сигналы более низкой и удобной для обработки промежуточной частоты (ПЧ) с помощью двух смесителей, на которые подается сигнал от общего гетеродина.

После преобразования сигналы на ПЧ имеют те же амплитудно-фазовые соотношения, что и исходные ВЧ сигналы. Вещественная часть сигнала со входа элемента  $B$  на ПЧ имеет вид:

$$x_2 = b \cos(\omega t - u), \quad (2)$$

где  $b$  – амплитуда принятого сигнала;

$\omega$  – промежуточная частота;

$u$  – опережение по фазе сигнала в элементе  $B$  по сравнению с  $A$ .

Комплексный сигнал антенны  $A$  (на ПЧ) преобразуется в сигнал ПЧ с помощью второго смесителя, на который подается также сигнал генератора опорной частоты  $\omega_0$ . За счет второго преобразования частоты удается избежать трудностей с выделением постоянной составляющей малого уровня, а также балансировки усилителя постоянного тока и устранения фликер-шума.

Вещественная часть сигнала со входа элемента  $A$  на ПЧ имеет вид:

$$x_1 = a \cos[(\omega + \omega_0)t + \varphi_0], \quad (3)$$

где  $a$  – амплитуда сигнала с антенны  $A$ ;

$\omega + \omega_0$  – вторая ПЧ;

$\varphi_0$  – постоянный фазовый сдвиг генератора частоты  $\omega_0$ .

Далее сигналы  $\tilde{x}_1$  и  $\tilde{x}_2$  подаются на оконечный смеситель, на выходе которого выделяется сигнал разностной частоты  $\omega_0$ .

Таким образом, выходной сигнал оконечного смесителя может рассматриваться как взаимная корреляционная функция сигналов, принятых антеннами  $A$  и  $B$  на частоте несущей  $\omega_0$ :

$$\text{Выходной сигнал смесителя} = \text{Re}\{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2^*\} = \frac{ab}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 - u). \quad (4)$$

Выходной сигнал оконечного смесителя усиливается полосовым усилителем (с центральной частотой  $\omega_0$  и большим коэффициентом усиления  $G$ ), после чего для увеличения ОСШ интегрируется узкополосным фильтром с высокой добротностью  $Q$ . Огибающая выходного сигнала фильтра может быть представлена в виде:

$$\text{Выходной сигнал фильтра} = \int_t^{t+\tau} \text{Re}\{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2^*\} dt. \quad (5)$$

Таким образом, на выходе корреляционного интерферометра формируется комплексный сигнал на опорной частоте  $\omega_0$ . Сигнал содержит информацию, необходимую для формирования адаптивных ВК дополнительной ДН с максимумом в направлении на источник помехового сигнала.

### 3) Интегрирующий фильтр.

Интегрирующий фильтр, включенный на выходе адаптивной АР, должен обладать:

- очень высокой фазовой стабильностью;
- регулируемой постоянной времени.

Данные требования реализуются при использовании схемы с разложением ВЧ сигнала на синфазную  $I$  и квадратурную  $Q$  составляющие. Далее данные составляющие обрабатываются в фазовых каналах и сглаживаются с помощью простых  $RC$ -фильтров. Биполярные видеосигналы  $I$  и  $Q$  могут использоваться для модуляции гармонического колебания частоты  $\omega_0$  (в биполярных умножителях) для получения комплексного весового коэффициента  $\tilde{w}$  на опорной частоте  $\omega_0$ . Структурная схема фильтра показана на рисунке 3.

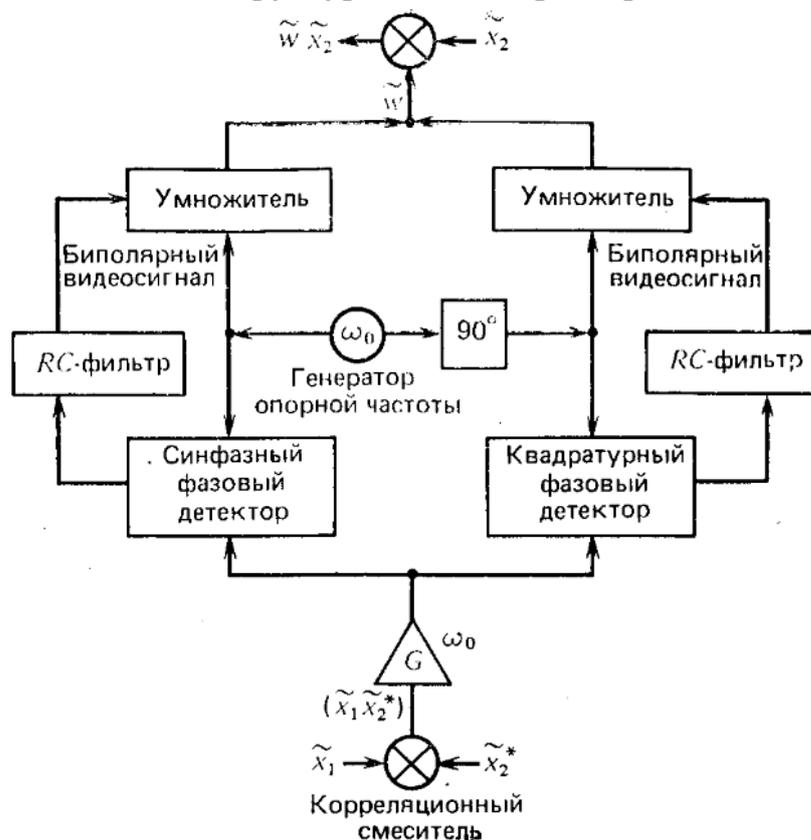


Рисунок 3. – Структурная схема фильтра, реализованного с помощью интегрирующих  $RC$ -фильтров в синфазном и квадратурном каналах

Рассмотрим в качестве интегрирующего фильтра простую  $RC$ -цепь. Дифференциальное уравнение, описывающее такую цепь, имеет вид:

$$C \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{R} = \frac{v}{R} \quad (6a)$$

или

$$\tau_0 \frac{d\omega}{dt} + \omega = v, \quad (6b)$$

где  $\tau_0$  -  $RC$ -постоянная времени;

$v$  – входное напряжение в виде ступенчатой функции:

$$v(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ v_0 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Переходный процесс изменения комплексного весового коэффициента  $\tilde{\omega}$  имеет вид:

$$\tilde{\omega}(t) = [\tilde{\omega}(0+) - \tilde{v}_0] \exp(-\alpha_0 t) + \tilde{v}_0. \quad (8)$$

Знак тильда «~» обозначает комплексную величину и далее использоваться не будет, поскольку все рассматриваемые величины представляются их комплексными огибающими.

## 2. Двухэлементная антенная решетки с одним контуром адаптивного управления.

Простейшая адаптивная решетка является двухэлементной с одним контуром адаптивной подстройки Хауэлса-Аппельбаума. Структура контура адаптивного управления схемы приведена на рисунке 4. В схеме не показаны присутствующие в реальной системе гетеродин, усилители промежуточной частоты и полосовые фильтры. Множитель  $\exp(j\omega t)$ , описывающий временную зависимость, опущен.

Отличия схемы Хауэлса-Аппельбаума от рассмотренных в п.1:

- вместо интегратора используется фильтр нижних частот;
- сигнал управления («полезный опорный сигнал») вводится после корреляционного смесителя.

### *Стационарный процесс*

Назначение сигналов  $b_1^*$  и  $b_2^*$  - управление приемной ДН так, чтобы ее максимум был ориентирован в заданном азимутальном направлении  $\theta_0$ , что эквивалентно предположению об известном направлении прихода полезного сигнала. При стационарных условиях (когда полезный сигнал отсутствует и имеется только собственный шум приемника) адаптивный ВК  $w_2$  имеет некоторое стационарное значение, обозначаемое через  $w_q$ . Значения  $w_1$  и  $w_q$  должны быть такими, чтобы обеспечивалась ориентация максимума ДН в направлении  $\theta_0$ . В качестве опорной точки для отсчета фазы выберем центр симмет-

рии двухэлементной АР с межэлементным расстоянием  $d$ . Тогда ВК  $w_1$  и  $w_2$  можно выбрать в виде ВК с единичными амплитудами, соответствующими заданному направлению  $\theta_0$ , т.е.

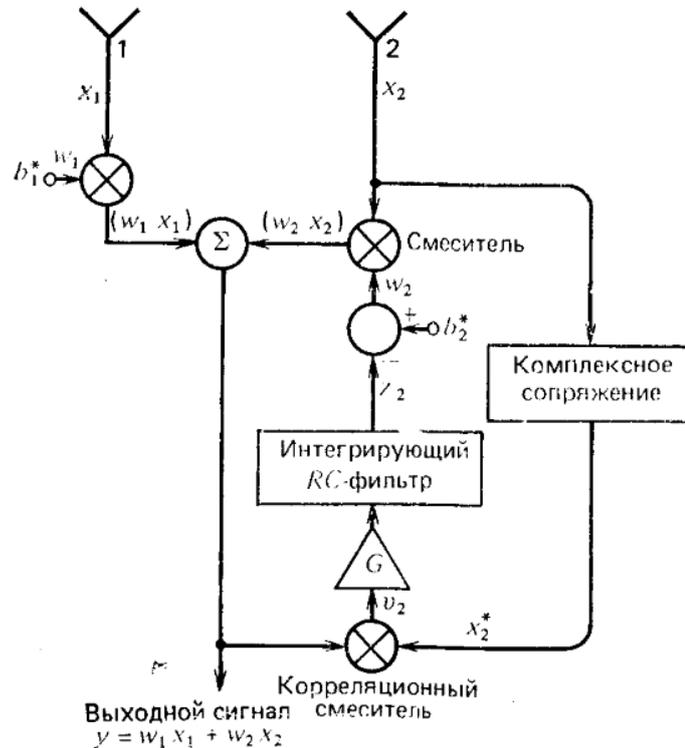


Рисунок 4 – Структурная схема двухэлементной антенной решетки с одним контуром адаптации Хауэлса-Аппельбаума

$$w_1 = \exp(ju_0), \quad w_2 = w_1^* = \exp(-ju_0), \quad (9)$$

где 
$$u_0 = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta_0. \quad (10)$$

С помощью полученных весовых коэффициентов формируется стационарная ДН  $G_q(\theta)$ :

$$G_q(\theta) = \frac{1}{2} (\exp(j(u - u_0)) + \exp(-j(u - u_0))) = \cos(u - u_0), \quad (11)$$

где 
$$u = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta, \quad (12)$$

$\theta$  - азимутальная координата в дальней зоне.

Теперь значение  $b_1^*$  устанавливается просто равным  $w_1$ , а значение  $b_2^*$  должно быть пропорциональным  $w_2$  с коэффициентом пропорциональности  $c_2$  так, чтобы

$$b_2^* = c_2 w_2 = c_2 \exp(-ju_0). \quad (13)$$

### *Переходный процесс*

**Пусть** сигналы элементов решетки  $x_1$  и  $x_2$  состоят из собственного шума каналов  $n_1$  и  $n_2$  и статистически независимых сигналов  $J_i$  источника узкополосной помехи, расположенного под углом  $\theta_i$ .

Предположим, что изменение помехи характеризуется ступенчатой функцией времени  $t=0$ .

Тогда сигналы элементов АР будут определяться выражениями:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = n_1 \\ x_2 = n_2 \end{array} \right\} \text{при } t < 0 \text{ (без помехи),} \quad (14)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = n_1 + J_i \exp(-ju_i) \\ x_2 = n_2 + J_i \exp(ju_i) \end{array} \right\} \text{при } t > 0, \quad (15)$$

где 
$$u_i = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta_i. \quad (16)$$

Адаптивный весовой коэффициент  $w_2$  будет определяться выражением:

$$w_2 = b_2^* - z_2, \quad (17)$$

где  $z_2$  - напряжение на выходе коррелятора, состоящего из смесителя, усилителя и интегрирующего (сглаживающего) фильтра.

Для выходного сигнала  $z_2$  и входного сигнала  $Gv_2$  уравнение для RC-фильтра будет иметь вид:

$$\tau_0 \frac{dz_2}{dt} + z_2 = Gv_2, \quad (18)$$

где  $G$  – коэффициент усиления усилителя;

$v_2$  - выходной сигнал смесителя, равный

$$v_2 = k^2 (w_1 x_1 + w_2 x_2) x_2^*, \quad (19)$$

$k$  – постоянная преобразования смесителя.

Для того, чтобы  $v_2$  можно было считать ступенчатой функцией для RC-фильтра, необходимо, чтобы полоса пропускания этого фильтра не превышала 10 % от полосы пропускания приемного канала.

С учетом введенных обозначений уравнение для выходного сигнала фильтра будет иметь вид:

$$z_2(t) = \left[ \tau_0 \frac{dz_2}{dt} + z_2 [1 + k^2 G |\bar{x}_2|^2] \right] = k^2 G |\bar{x}_2|^2 \left( b_2^* + \frac{\overline{w_1(x_1 x_2^*)}}{|\bar{x}_2|^2} \right). \quad (20)$$

Решение дифференциального уравнения (20) имеет вид:

$$z_2(t) = [z_2(0+) - z_2(\infty)] \exp(-\alpha t) + z_2(\infty), \quad (21)$$

где

$$z_2(\infty) = \frac{k^2 G |\bar{x}_2|^2 \left( b_2^* + \frac{\overline{w_1(x_1 x_2^*)}}{|\bar{x}_2|^2} \right)}{1 + k^2 G |\bar{x}_2|^2}, \quad (22)$$

$$\alpha = \frac{1 + k^2 G |\bar{x}_2|^2}{\tau_0}. \quad (23)$$

Чертой сверху в приведенных соотношениях обозначена операция интегрирования (усреднения) огибающих сигналов в соответствии с полосой пропускания фильтра при замкнутой цепи обратной связи. Величина  $z_2(0+)$  определяет начальное значение выходного напряжения фильтра  $z_2(t)$  в момент времени  $t=0+$ , а величина  $z_2(\infty)$  - значение выходного напряжения фильтра в установившемся режиме после затухания переходного процесса.

Полученное решение для  $z_2(t)$  позволяет определить весовой коэффициент  $w_2(t)$ .

**Оптимальным значением весового коэффициента**  $w_{2 \text{ опт}}$  будем считать такое значение  $w_2$ , при котором минимизируется мощность шума на выходе решетки.

**Выходной шум решетки:**

$$|y_n|^2 = |(w_1 x_1) + (w_2 x_2)|^2. \quad (24)$$

С учетом данного соотношения можно записать:

$$w_{2 \text{ опт}} = -\frac{\overline{(w_1 x_1) x_2^*}}{|x_2|^2} = -\frac{\overline{w_1 (x_1 x_2^*)}}{|x_2|^2}. \quad (25)$$

Величина  $w_{2 \text{ опт}}$  является (нормированным) значением весового коэффициента, при котором в адаптивной ДН формируется «нуль» в направлении на источник внешней помехи.

**Раздел 2. Адаптивные алгоритмы обработки сигналов**  
**Лекция 7. Метод непосредственного обращения**  
**выборочной ковариационной матрицы**

*Рассматриваемые вопросы*

1. Общие сведения о методе непосредственного обращения выборочной ковариационной матрицы.
2. Использование выборочной ковариационной матрицы.
3. Использование выборочной ковариационной матрицы и выборочного вектора взаимной корреляции.

*Рекомендуемая литература*

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. – Москва: Радио и связь, 1986. – 448 с.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – Москва: Радио и связь, 1980. – 440 с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – Москва: Наука, 1988. – 552 с.
4. Применение метода окаймления для решения задачи дифракции на круговом металлическом цилиндре / М.Ю. Звездина, Ю.А. Звездина, С.Н. Забелкин, А.В. Подзоров, А.Н. Самоделов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2011. – Т.16, № 5. – С. 15-17.
5. Оптимальный метод обработки сигналов в сложной сигнально-помеховой обстановке / Е.Д. Безуглов, Д.Д. Габриэльян, М.Ю. Звездина, А.Н. Новиков // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2011. - № 4. – С. 19-23.
6. Квазиоптимальная обработка сигналов в адаптивных антенных решетках / Д.Д. Габриэльян, М.Ю. Звездина, Ю.А. Звездина, С.А. Сильницкий // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2009. – Т.14, №5. – С.52-55.

- 1. Общие сведения о методе непосредственного обращения выборочной ковариационной матрицы.**

*Практическая полезность* многих применений адаптивной антенной решетки главным образом *зависит от достижимой скорости сходимости*.

*Например,*

- в установившемся режиме быстрая сходимость важна в тех случаях, когда в адаптивном радиолокаторе требуется подавление активных и пассивных помех наряду с автоматической компенсацией скорости собственного движения.

- когда собственные значения ковариационной матрицы могут отличаться на порядок и более, время сходимости алгоритма (минимизации среднеквадратичного отклонения - МСКО) становится крайне большим и, кроме того, сильно зависят от конкретной реализации шума.

**Одним из путей ускорения сходимости** и преодоления зависимости ее от распределения собственных значений является **использование прямого метода вычисления адаптивных ВК**, основанного на **непосредственном обращении выборочной ковариационной матрицы (НОМ)** входных сигналов.

**Представление решения при использовании данного метода:**

Представим сигналы, принимаемые  $N$ -элементной ААР,  $N$ -мерным сигнальным вектором  $\mathbf{x}$ , ковариационная матрица которого определяется соотношением:

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^\dagger\}. \quad (1)$$

**При отсутствии полезного сигнала**, когда на входе имеется только шум и помехи,

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{R}_{пп}. \quad (2)$$

**Оптимальный весовой вектор** определяется соотношениями:

- при наличии полезного сигнала

$$\mathbf{w}_{\text{опт}} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}, \quad (3a)$$

- при отсутствии полезного сигнала

$$\mathbf{w}_{\text{опт}} = \mathbf{R}_{пп}^{-1} \mathbf{r}_{xd} = \mathbf{R}_{пп}^{-1} \mathbf{b}^*, \quad (3б)$$

где  $\mathbf{r}_{xd}$  - вектор взаимной корреляции случайного вектора  $\mathbf{x}(t)$  и опорного сигнала  $d(t)$ ;

$\mathbf{b}^*$  - вектор управляющих сигналов, согласованный с доплеровской частотой и угловыми координатами цели. (Задание вектора  $\mathbf{r}_{xd}$  эквивалентно заданию вектора  $\mathbf{b}^*$ ).

Поскольку сигнально-помеховая ситуация постоянно изменяется, адаптивный процессор должен постоянно обновлять значения весового вектора для подстройки под изменяющиеся условия. С точки зрения математики это означает, что на конечном интервале времени необходимо находить обратную матрицу либо  $\mathbf{R}_{xx}^{-1}$ , либо  $\mathbf{R}_{пп}^{-1}$ . Метод реализации адаптивного процессора в связи с этим называется **методом непосредственного обращения матрицы (НОМ)**. Используемые при этом оценки получаются согласно методу максимального правдоподобия.

**Недостатки метода НОМ:**

- сильная зависимость размерности сигнального вектора от числа степеней свободы процессора АР;
- более сложная схема реализующего устройства;

- при использовании многоотводной линии задержки в схеме реализации формируемая ковариационная матрица является теплицевой и требует применения специального алгоритма обращения теплицевых матриц;
- дополнительные вычислительные проблемы при плохой обусловленности матрицы.

## 2. Использование выборочной ковариационной матрицы.

Рассмотрим более подробно, каким образом применяется выборочная ковариационная матрица. При этом будем полагать, что все вычисления выполняются точно. Поскольку на практике данное предположение не выполняется, то получаемые при анализе *результаты являются верхней оценкой метода*.

*Пусть известен* вектор взаимной корреляции  $\mathbf{r}_{xd}$  (или, что то же самое, вектор управляющих сигналов  $\mathbf{b}^*$ ). В этом случае оценка оптимального весового вектора определяется соотношениями:

- если  $\mathbf{x}(t)$  содержит полезный сигнал

$$\hat{\mathbf{w}}_1 = \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}, \quad (4a)$$

- если полезный сигнал отсутствует

$$\hat{\mathbf{w}}_2 = \hat{\mathbf{R}}_{\text{пп}}^{-1} \mathbf{r}_{xd} = \hat{\mathbf{R}}_{\text{пп}}^{-1} \mathbf{b}^*. \quad (4b)$$

При этом матрицы  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  и  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{пп}}$  являются *выборочными оценками ковариационных матриц*  $\mathbf{R}_{xx}$  и  $\mathbf{R}_{\text{пп}}$  соответственно.

*Выходное ОСШ* может быть описано выражениями:

$$\left( \frac{s}{n} \right)_1 = \frac{\hat{\mathbf{w}}_1^\dagger \mathbf{s} \mathbf{s}^\dagger \hat{\mathbf{w}}_1}{\hat{\mathbf{w}}_1^\dagger \mathbf{R}_{\text{пп}} \hat{\mathbf{w}}_1} = \frac{\mathbf{r}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{s} \mathbf{s}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}}{\mathbf{r}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{R}_{\text{пп}} \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}}, \quad (5a)$$

$$\left( \frac{s}{n} \right)_2 = \frac{\mathbf{r}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{\text{пп}}^{-1} \mathbf{s} \mathbf{s}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{\text{пп}}^{-1} \mathbf{r}_{xd}}{\mathbf{r}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{\text{пп}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{пп}} \hat{\mathbf{R}}_{\text{пп}}^{-1} \mathbf{r}_{xd}}, \quad (5b)$$

где  $\mathbf{s}$  - вектор полезного сигнала ( $\mathbf{s}(t) = s(t) \mathbf{v}$ );

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \mathbf{x}(j) \mathbf{x}^\dagger(j), \quad (6)$$

$\mathbf{x}(j)$  -  $j$ -е выборочное значение вектора  $\mathbf{x}(t)$ . Для независимых  $\mathbf{x}(j)$  с нулевым средним  $E\{\mathbf{x}(i) \mathbf{x}^\dagger(j)\} = 0$  при  $i \neq j$ ;

$K$  – общее число независимых выборок.

Следует отметить, что выражение (5б) справедливо только тогда, когда полезный сигнал действительно присутствует, а оценка  $\hat{\mathbf{w}}_2$  получена при отсутствии полезного сигнала.

Элементы матрицы  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  являются случайными величинами. Следовательно, и выходное ОСШ, описываемое соотношениями (5), также является

случайной величиной. При сравнении действительного ОСШ, полученного при использовании оценок  $\hat{\mathbf{w}}_1$  и  $\hat{\mathbf{w}}_2$ , с оптимальным ОСШ

$$SN_0 = \mathbf{s}^\dagger \mathbf{R}_{\text{opt}}^{-1} \mathbf{s}, \quad (7)$$

используют нормированные ОСШ вида:

$$\rho_1 = (s/n)_1 / SN_0, \quad (8a)$$

$$\rho_2 = (s/n)_2 / SN_0. \quad (8b)$$

**Характеристики сходимости в отсутствие полезного сигнала.**

Величина  $\rho_2$  имеет бета распределение вида

$$\Pr(\rho_2 \leq y) = \frac{K!}{(N-2)!(K+1-N)!} \int_0^y (1-u)^{N-2} u^{K+1-N} du, \quad (9)$$

где  $N$  – число степеней свободы адаптивной антенной решетки.

Из соотношения (9) следует, что

$$E\{\rho_2\} = \bar{\rho}_2 = \frac{K+2-N}{K+1}, \quad (10)$$

$$\text{var}(\rho_2) = \frac{(K+2-N)(N-1)}{(K+1)^2(K+2)}. \quad (11)$$

Анализ данных соотношений показывает, что отсутствие зависимости  $\text{var}(\rho_2)$  от распределения собственных значений ковариационной матрицы объясняется предположением о точном выполнении операции обращения. Из данного соотношения следует удобное приближенное правило:

**для получения приемлемой оценки ковариационной матрицы (при отсутствии полезного сигнала) число выборок должно в 2 раза превышать число степеней свободы адаптивной антенной решетки.**

Рассмотрим **характеристики сходимости при наличии сигнала.**

Функция распределения в этом случае имеет вид:

$$\rho_1 = \frac{\rho_1'}{SN_0(1-\rho_1') + 1}, \quad (12)$$

где

$$\rho_1' = \frac{\mathbf{r}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{s} \mathbf{s}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}}{\mathbf{r}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{R}_{xx} \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd} + \mathbf{s}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{s}}. \quad (13)$$

Поскольку  $\rho_1'$  имеет ту же функцию распределения, что и  $\rho_2$ , то

$$E\{\rho_1\} < E\{\rho_2\}, \quad (14)$$

$$\lim_{SN_0 \rightarrow 0} E\{\rho_1\} = E\{\rho_2\}. \quad (15)$$

**Среднее выходное ОСШ при наличии полезного сигнала меньше ОСШ, достигаемого в его отсутствии.**

Это объясняется тем, что **в присутствии полезного сигнала время (или объем выборки), необходимое для получения оценки  $\mathbf{R}_{xx}$ , больше вре-**

мени получения оценки  $\mathbf{R}_{\text{ш}}$  при отсутствии сигнала при предъявлении одинаковых требований к точности.

Предел в (15) показывает, что при  $\text{SN}_0 < 1$  разница в ОСШ при использовании оценок  $\hat{\mathbf{w}}_1$  и  $\hat{\mathbf{w}}_2$  пренебрежимо мала.

### 3. Использование выборочной ковариационной матрицы и выборочного вектора взаимной корреляции

Для многих связанных и радиолокационных систем нереально предполагать, что вектор взаимной корреляции  $\mathbf{r}_{xd}$  (или вектор управляющих сигналов  $\mathbf{b}^*$ ) априорно известны. *Данный случай характерен для переходного процесса.*

В этом случае можно предложить вычислять оценку оптимального весового вектора по формуле:

$$\hat{\mathbf{w}}_4 = \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \hat{\mathbf{r}}_{xd}, \quad (16)$$

где  $\hat{\mathbf{r}}_{xd}$  - выборочный вектор взаимной корреляции, определяемый выражением:

$$\hat{\mathbf{r}}_{xx} = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \mathbf{x}(j) d^*(j). \quad (17)$$

В переходном процессе изменение  $\hat{\mathbf{w}}_4$  можно охарактеризовать зависимостью выходного ОСШ от объема выборки  $K$ , используемой для оценок  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  и  $\hat{\mathbf{r}}_{xd}$ . Однако можно поступить по-другому, **характеризуя переходной процесс зависимостью дисперсии помех на выходе от  $K$ .**

Характеризуем данным способом эффективность рассматриваемого алгоритма.

**Мощность остаточного шума на выходе** (или **СКО**) определяется формулой:

$$\xi(\hat{\mathbf{w}}) = E|e(t)|^2 = \sigma_0^2 - \hat{\mathbf{w}}^\dagger \mathbf{r}_{xd} - \mathbf{r}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{w}} + \hat{\mathbf{w}}^\dagger \mathbf{R}_{xx} \hat{\mathbf{w}}, \quad (18)$$

**оценка СКО (выборочная СКО):**

$$\hat{\xi}(\hat{\mathbf{w}}) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K |e(i)|^2 = \hat{\sigma}_0^2 - \hat{\mathbf{w}}^\dagger \hat{\mathbf{r}}_{xd} - \hat{\mathbf{r}}_{xd}^\dagger \hat{\mathbf{w}} + \hat{\mathbf{w}}^\dagger \hat{\mathbf{R}}_{xx} \hat{\mathbf{w}}, \quad (19)$$

где  $\hat{\sigma}_0^2$  - мощность сигнала в опорной антенне:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K x_0(i) x_0^*(i). \quad (20)$$

**Поведение системы** можно охарактеризовать зависимостью статистических свойств  $\xi(\hat{\mathbf{w}})$  от объема выборки  $K$ . При этом можно получить следующие результаты:

1. Среднее и дисперсия выборочной СКО  $\hat{\xi}$ , полученной при использовании  $\hat{\mathbf{w}}_4$ , определяются формулами:

$$E\{\hat{\xi}\} = \left(1 - \frac{N}{K}\xi_{\min}\right), \quad (21)$$

$$\text{var}\{\hat{\xi}\} = \frac{1}{K}\left(1 - \frac{N}{K}\right)\xi_{\min}^2, \quad (22)$$

где 
$$\xi_{\min} = \sigma_0^2 - \mathbf{r}_{xd}^\dagger \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}. \quad (23)$$

2. Разность между выходной мощностью ошибки  $\hat{\xi}(\hat{\mathbf{w}}_4)$  и минимальной выходной мощностью ошибки можно рассматривать как меру эффективности антенной решетки (по сравнению с оптимумом). Удобнее пользоваться нормированным параметром  $M=r^2$ , называемым «расстройкой»:

$$r^2 \triangleq \frac{\xi(\hat{\mathbf{w}}_4) - \xi_{\min}}{\xi_{\min}}. \quad (24)$$

Параметр  $r^2$  связан с выходным сигналом соотношением:

$$y = \frac{1}{1 + r^2}. \quad (25)$$

Следовательно, среднее и дисперсия  $r^2$  задаются формулами:

$$E\{r^2\} = \frac{N}{K - N}, \quad (26)$$

$$\text{var}\{r^2\} = \frac{NK}{(K - N)^2(K - N - 1)}. \quad (27)$$

3. Для случая  $x_0(t)=d(t)$  нормированное ОСШ для  $\hat{\mathbf{w}}_4$  определяется выражением:

$$\rho_3 = (s/n)_3 / SN_0 = \frac{\hat{\mathbf{w}}_4^\dagger \mathbf{s} \mathbf{s}^\dagger \hat{\mathbf{w}}_4}{\hat{\mathbf{w}}_4^\dagger \mathbf{R}_{\text{ин}} \hat{\mathbf{w}}_4 \mathbf{s}^\dagger \mathbf{R}_{\text{ин}}^{-1} \mathbf{s}}. \quad (28)$$

Поскольку трудно найти в замкнутой форме плотность распределения  $\rho_3$ , используют приближенные выражения:

$$\rho_3 = \frac{1}{(1 + SN_0) \frac{C + \sin^2 \varphi_1}{C + \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_2} - SN_0}, \quad (29)$$

где  $C = (1/r)\sqrt{(s/n)_3}$ .

В результате дисперсию  $\rho_3$  можно вычислить следующим образом:

$$\text{var}\{\rho_3\} = E\{\rho_3^2\} - E^2\{\rho_3\}. \quad (30)$$

4. Нормированная величина

$$\hat{\xi}_N \triangleq \frac{2K\hat{\xi}}{\xi_{\min}} \quad (31)$$

Статистически не зависит как от  $\hat{w}$ , так и от  $R_{xx}$ .

Полученные результаты позволяют *оценить эффективность алгоритма НОМ в переходном режиме*:

1. Мощность на выходе не превышает минимальную более чем на 3 дБ после  $2N$  выборок или более чем на 1 дБ после  $5N$  выборок.
2. Скорость сходимости алгоритма довольно велика и не зависит от условий приема сигнала и геометрии антенной решетки.
3. Данные результаты справедливы только в предположении, что полезный сигнал отсутствует в выборках, на основе которых формируется оценка  $\hat{R}_{xx}$ .

### *Отличия оценки эффективности для систем связи*

Следует отметить, что в системах связи адаптация антенной решетки происходит при наличии полезного сигнала, и ОСШ является более приемлемой мерой эффективности, чем СКО.

Кроме того, в РЛС часто за компенсатором (КБЛ) помех, принимаемых по боковым лепесткам, следует процессор, подавляющий пассивные помехи так, что от КБЛ требуется подавление только активных помех, создаваемых точечными источниками радиоизлучения.

Покажем, что *присутствие полезного сигнала и пассивных помех в опорном канале системы КБЛ замедляет скорость сходимости НОМ алгоритма*.

Рассмотрим схему радиолокатора с КБЛ, показанную на рисунке 1.

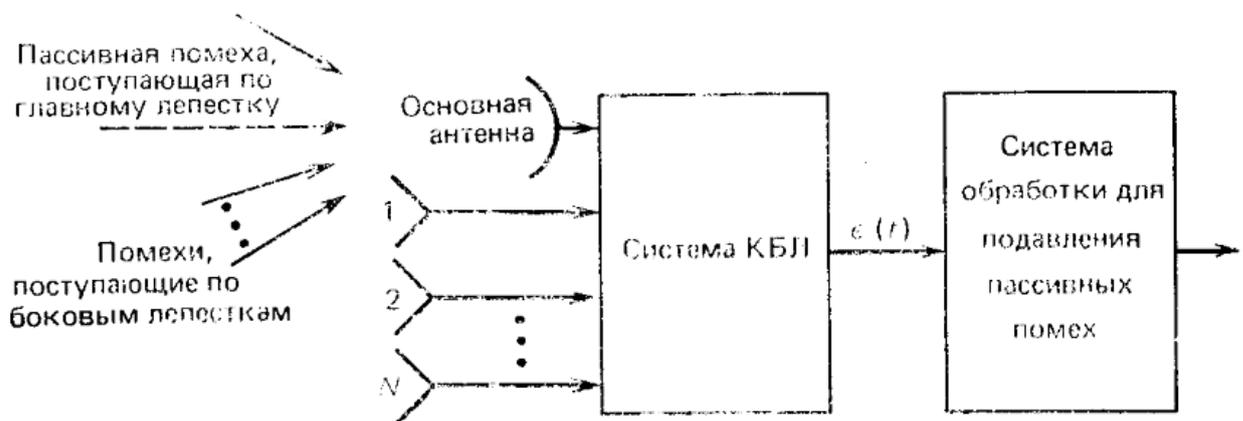


Рисунок 1 – Структурная схема системы КБЛ для подавления помех в РЛС

Система КБЛ здесь предназначена только для подавления активных помех, а пассивные помехи подавляются в следующем за этой системой процессоре.

*Предположим*, что

- 1) мощность пассивных помех, поступающих по опорному каналу, значительно превышает мощность пассивных помех, поступающих

по вспомогательным каналам так, что пассивными помехами во вспомогательных каналах можно пренебречь. Тогда

$$\xi_{\min} = \sigma_c^2 + \xi_{N_0}, \quad (32)$$

где  $\sigma_c^2$  - мощность пассивных помех;

$\xi_{N_0}$  - минимальная мощность активных помех и теплового шума на выходе КБЛ.

2) пассивные помехи можно представить как реализации стационарного гауссовского процесса с нулевым средним. Тогда

$$\frac{E[\xi(\hat{\mathbf{w}}) - \xi_{\min}]}{\xi_{N_0}} = \frac{N}{K - N} \left( 1 + \frac{\sigma_c^2}{\xi_{N_0}} \right). \quad (33)$$

Из анализа соотношения (33) следует, что

- наличие в опорном канале пассивной помехи замедляет сходимость алгоритма НОМ приблизительно пропорционально отношению мощности пассивных помех к минимальной остаточной мощности активных помех  $\xi_{N_0}$ ;

- замедление объясняется присутствием в  $\hat{\mathbf{r}}_{xd}$  дополнительных слагаемых, обусловленных пассивной помехой, увеличивающих погрешность оценки весового вектора;

- для быстрой сходимости необходимо либо производить адаптацию на тех временных интервалах, которые сравнительно свободны от пассивной помехи, либо найти средство уменьшения составляющих пассивной помехи в  $\hat{\mathbf{r}}_{xd}$ ;

- полученный результат применим также к системам связи, в которых основная антенна направлена на источник полезного сигнала;

- в системах с опорным сигналом ситуация обратна ситуации в системе с КБЛ: при сильном полезном сигнале оценка весового вектора улучшается, и скорость сходимости увеличивается благодаря тому, что оценки  $\hat{\mathbf{r}}_{xd}$  и  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  становятся сильно коррелированными, а погрешности этих оценок компенсируют друг друга.

**Раздел 2. Адаптивные алгоритмы обработки сигналов**  
**Лекция 8. Компенсация погрешностей интеллектуальных антенных решеток**

*Рассматриваемые вопросы*

1. Идеальные амплитудно-частотные характеристики каналов.
2. Компенсация эффектов многолучевого распространения.
3. Анализ эффектов межканального рассогласования.

*Рекомендуемая литература*

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. – Москва: Радио и связь, 1986. – 448 с.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – Москва: Радио и связь, 1980. – 440 с.
3. Новиков А.Н. Квазиоптимальная пеленгация широкополосных сигналов антенной решеткой на основе методов сверхразрешения // Антенны. – 2020. - №2(264). – С. 54-59.
4. Журавлева Н.Г., Новиков А.Н., Новикова Е.Е. Пеленгация широкополосных сигналов антенной решеткой // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки. – 2018. – Т.8, № 3. – С. 74-77.
5. Оптимальный метод обработки сигналов в сложной сигнально-помеховой обстановке / Е.Д. Безуглов, Д.Д. Габриэльян, М.Ю. Звездина, А.Н. Новиков // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2011. - № 4. – С. 19-23.
6. Квазиоптимальная обработка сигналов в адаптивных антенных решетках / Д.Д. Габриэльян, М.Ю. Звездина, Ю.А. Звездина, С.А. Сильницкий // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2009. – Т.14, №5. – С.52-55.

**1. Идеальные амплитудно-частотные характеристики каналов**

*Причины компенсации погрешностей интеллектуальных антенных решеток*

Во всех предыдущих лекциях рассматривался случай, когда радиосигнал является узкополосным. Однако в настоящее время широкое применение получили широкополосные сигналы, особенно в системах связи. С другой стороны, в системах связи, построенных по технологии 5G, в качестве антенн базовых станций для управления формой диаграммы направленности в зависимости от изменения сигнально-помеховой ситуации применяются интеллектуальные антенные решетки. В связи с этим необходимо оценить погрешности, которые возникнут при использовании рассмотренных выше принци-

пов работы интеллектуальных антенных решеток при переходе к широкополосным сигналам.

При переходе от узкополосных к широкополосным сигналам требуются следующие изменения:

- 1) Применение многоотводных линий задержки (трансверсальных фильтров) в каждом канале для выполнения частотно-зависимой подстройки амплитуды и фазы;
- 2) Устранение межканальных рассогласований для уменьшения эффективности антенной решетки.

Далее будем оценивать возможность управления частотными характеристиками фильтров на базе многоотводных линий задержки (ЛЗ), используемых для более эффективной обработки широкополосных сигналов в ААР.

Для оценки необходимо *определить идеальные частотные характеристики канала.*

Рассмотрим двухэлементную антенную решетку, на вход которой поступают полезный и помеховый сигналы. Геометрия задачи показана на рисунке 1.

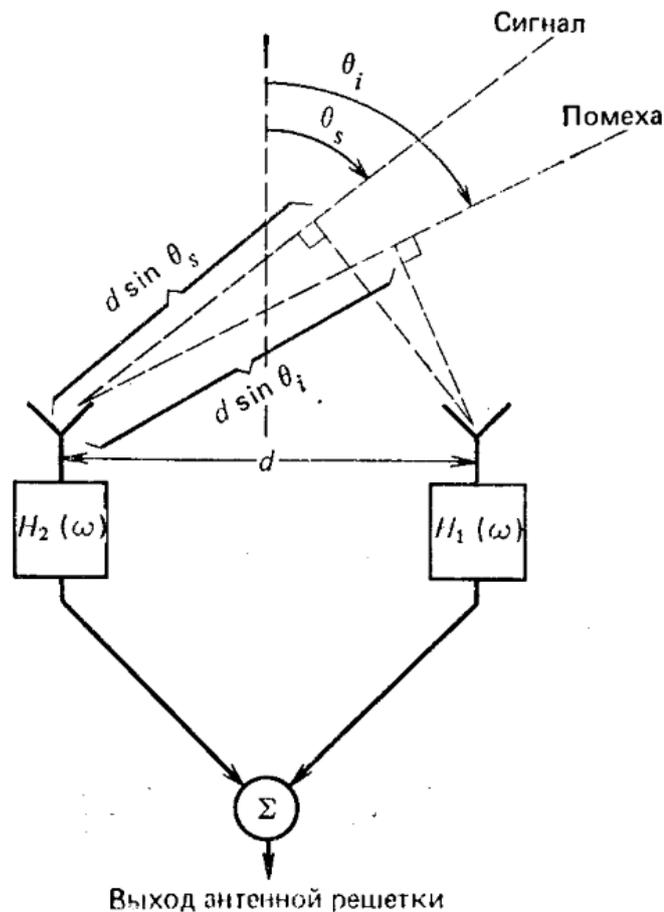


Рисунок 1 – Геометрия задачи

*Пусть*

- 1) приемные каналы АР характеризуются частотными характеристиками  $H_1(\omega)$  и  $H_2(\omega)$ .
- 2) полезный сигнал поступает на АР под углом  $\theta_s$  относительно нормали к ее раскрыву.
- 3) элементы решетки являются ненаправленными и расположены на расстоянии  $d=\lambda_0/2=\pi v/\omega_0$ , где  $\omega_0$  - частота несущей;  $v$  - скорость распространения волнового фронта.

Результулирующие частотные характеристики АР определяются выражениями:

- для полезного сигнала:

$$H_d(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) \exp\left(-j \frac{\omega d}{v} \sin \theta_s\right), \quad (1)$$

- для помехового сигнала:

$$H_d(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) \exp\left(-j \frac{\omega d}{v} \sin \theta_i\right). \quad (2)$$

**Ограничения:**

$$H_d(\omega) = \exp(-j\omega T_1), \quad (3)$$

$$H_1(\omega) = 0. \quad (4)$$

Первое ограничение означает, что прохождение полезного сигнала через антенную решетку обусловит его запаздывание на время  $T_1$ , однако в других отношениях сигнал останется неискаженным.

Второе ограничение описывает полное подавление помехи на выходе решетки.

Наложенные ограничения будут выполняться при условиях:

$$H_1(\omega) = H_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2 \left( 1 - \cos \left[ \frac{\pi \omega}{\omega_0} (\sin \theta_i - \sin \theta_s) \right] \right)}}, \quad (5)$$

$$\alpha_2(\omega) = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) [\sin \theta_s + \sin \theta_i] \mp n \frac{\pi}{2} - \omega T_1, \quad (6)$$

$$\alpha_1(\omega) = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) [\sin \theta_s - \sin \theta_i] \pm n \frac{\pi}{2} - \omega T_1, \quad (7)$$

где  $n$  – любое целое число.

Из анализа выражения (5) следует, что **идеальные амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) должны быть одинаковыми и частотно-зависимыми.**

Из анализа (6) и (7) следует, что **фазово-частотные характеристики (ФЧХ) каждого канала должны быть линейными функциями частоты, угол наклона которых относительно оси частот зависит от направления прихода (или, что эквивалентно, от времени задержки) полезного сигнала.**

Идеальная АЧХ для нескольких вариантов сигнально-помеховой обстановки приведена на рисунке 2.

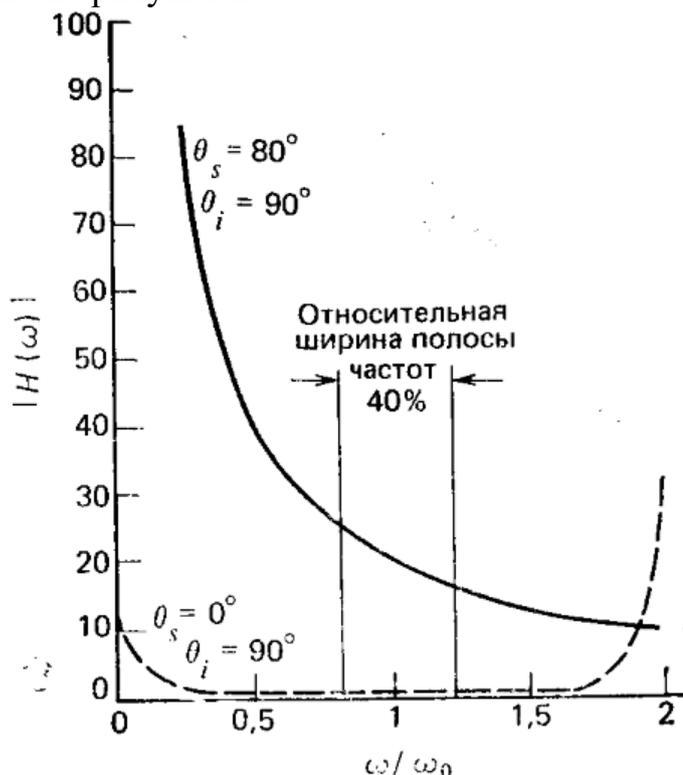


Рисунок 2 – Идеальная АЧХ при  $d=\lambda_0/2$

Из анализа рисунка 2 и соотношений (5)-(7) следует, что

- 1) если источники полезного сигнала и помехи располагаются под значительным углом относительно нормали к раскрытию антенной решетки, то форма АЧХ отличается от плоской (идеальный вариант).
- 2) Степень отличия формы АЧХ от плоской зависит от углового положения источника сигнала относительно ДН решетки.
- 3) В общем случае, когда фазы  $H_1(\omega)$  и  $H_2(\omega)$  установлены так, чтобы обеспечивалось максимальное значение неискаженного полезного сигнала на выходе, в результирующей ДН антенной решетки будут появляться «нули».
- 4) Идеальная АЧХ будет максимально приближаться к плоской, когда помеха попадает в один из этих «нулей» ДН.
- 5) Амплитуда идеальных АЧХ становится бесконечной, если

$$(\omega/\omega_0)\pi(\sin(\theta_i) - \sin(\theta_s)) = n2\pi, \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (8)$$

Случай  $n=0$  соответствует ситуации прихода полезного и помехового сигнала с одного и того же направления.

Другие случаи имеют место при поступлении полезного и помехового сигналов с различных направлений, когда фазовые сдвиги принимаемых сигналов отличаются на величину, кратную  $2\pi$  на некоторой частоте  $\omega$ .

- б) Разность между  $\alpha_1(\omega)$  и  $\alpha_2(\omega)$ , соответствующих углу наклона фазовой характеристики относительно оси частот фильтра, является линейной функцией частоты. Случай  $\theta_s=0$  означает, что

$$\alpha_1(\omega) = -\alpha_2(\omega).$$

**Использование многоотводных ЛЗ и разложение сигналов на квадратурные составляющие.**

На прошлой лекции говорилось, что оптимальный вектор весовых коэффициентов определяется соотношением:

$$\mathbf{w}_{\text{опт}} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{R}_{xx}$  - корреляционная матрица входных сигналов;

$\mathbf{r}_{xd}$  - вектор взаимной корреляции принятого сигнального вектора  $\mathbf{x}(t)$  и опорного сигнала  $d(t)$ .

Если сигнал на выходе каждого элемента решетки состоит из взаимно независимых составляющих полезного сигнала, помехи и собственного шума приемника, то матрица  $\mathbf{R}_{xx}$  представляет собой сумму корреляционных матриц указанных составляющих.

Рассмотрим адаптивный процессор на основе многоотводной ЛЗ с использованием действительных весовых коэффициентов. Его структурная схема показана на рисунке 3.

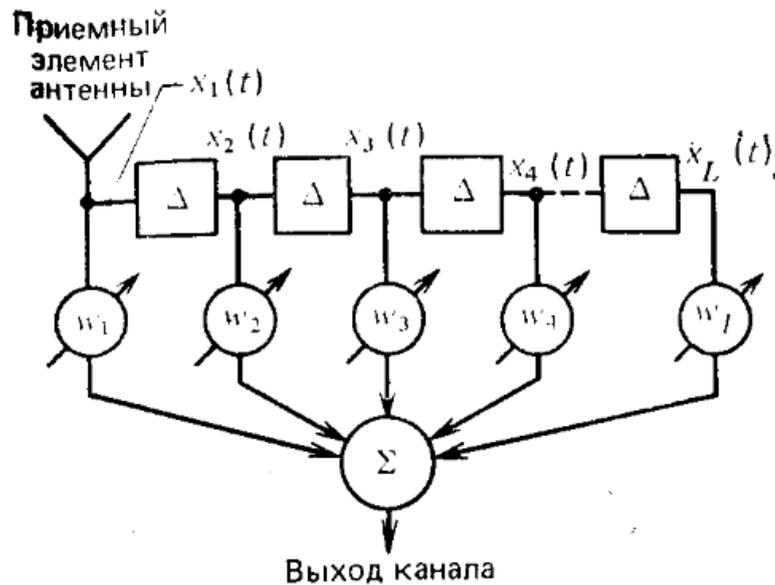


Рисунок 3 – Структурная схема процессора на основе многоотводной ЛЗ с действительными ВК

Каждый из сигналов  $x_i(t)$  представляет собой просто задержанный вариант сигнала  $x_1(t)$ . В связи с этим можно записать:

$$\left. \begin{aligned} x_2(t) &= x_1(t - \Delta), \\ x_3(t) &= x_1(t - 2\Delta), \\ &\vdots \\ x_L(t) &= x_1(t - (L - 1)\Delta). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

С учетом данного соотношения, а также определения ковариационной матрицы

$$r_{x_i x_j}^{\Delta} = E\{x_i(t)x_j(t)\}. \quad (11)$$

можно записать:

$$r_{x_i x_j} = r_{x_1 x_1}(\tau_{ij}), \quad (12)$$

где  $r_{x_1 x_1}(\tau_{ij})$  - корреляционная функция сигнала  $x_1(t)$ ;

$\tau_{ij}$  - время задержки  $x_i(t)$  относительно  $x_j(t)$ .

Кроме того, для  $r_{x_1 x_1}(\tau_{ij})$  можно записать

$$r_{x_1 x_1}(\tau_{ij}) = r_{dd}(\tau_{ij}) + r_{II}(\tau_{ij}) + r_{nn}(\tau_{ij}). \quad (13)$$

Устройство обработки сигналов одного элемента антенны можно рассматривать как одноканальный процессор с частотной характеристикой

$$H_1(\omega) = \varpi_1 + \varpi_2 \exp(-j\omega\Delta) + \varpi_3 \exp(-j2\omega\Delta) + \dots + \varpi_L \exp(-j(L-1)\omega\Delta). \quad (14)$$

В двухэлементной антенной решетке результирующая частотная характеристика имеет вид:

- для полезного сигнала

$$H_d(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) \exp(-j\omega\tau_d), \quad (15)$$

- для помехового сигнала

$$H_I(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) \exp(-j\omega\tau_I), \quad (16)$$

где  $\tau_d$  и  $\tau_I$  - времена задержки, обусловленные распространением полезного сигнала и помехи соответственно между элементами 1 и 2. Если данное расстояние равно  $d$ , то

$$\tau_d = \frac{d}{v} \sin \theta_s, \quad (17)$$

$$\tau_I = \frac{d}{v} \sin \theta_I. \quad (18)$$

### ***Сравнение эффективности обработки с использованием двух схем***

Примем за критерий для сравнения выходное отношение сигнал/шум:

$$ОСШ \triangleq \frac{P_d}{(P_I + P_n)}, \quad (19)$$

где  $P_d$ ,  $P_I$ ,  $P_n$  - выходные мощности полезного сигнала, помехи и собственно-го шума приемника соответственно.

Указанные выходные мощности определяются выражениями:

$$P_d = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{dd}(\omega) |H_d(\omega)|^2 d\omega, \quad (20)$$

$$P_I = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{II}(\omega) |H_I(\omega)|^2 d\omega, \quad (21)$$

$$P_{\Pi} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{\Pi\Pi}(\omega) \{|H_1(\omega)|^2 + |H_2(\omega)|^2\} d\omega, \quad (22)$$

где  $H_d(\omega)$  - результирующая частотная характеристика для полезного сигнала;

$H_I(\omega)$  - результирующая частотная характеристика для помехи;

$\varphi_{dd}(\omega)$  и  $\varphi_{II}(\omega)$  - спектральные плотности полезного сигнала и помехи соответственно;

$\varphi_{\Pi\Pi}(\omega)$  - спектральная плотность собственного шума приемника.

## 2. Компенсация эффектов многолучевого распространения

Во многих случаях приема характеризуются тем, что к раскрытию антенной решетки *наряду с волновым фронтом сигнала при его прямом распространении поступают с некоторым запаздыванием волновые фронты сигналов, обусловленные многолучевым распространением энергии*. Принятие таких сигналов многолучевого распространения, если не принять специальных мер к их компенсации, *приводит к искажению помехи, тем самым значительно ограничивая возможности ее подавления в адаптивной решетке*.

*Компенсацию эффектов многолучевого распространения рассмотрим на примере многоотводной ЛЗ.*

*Возможность компенсации обусловлена структурой поступающих сигналов при многолучевом распространении – смесь из задержанных и взвешенных копий «прямого» сигнала, как в процессоре с многоотводной ЛЗ.*

При построении *схемы идеальной адаптивной системы* на основе двухэлементной антенной решетке необходимо учесть следующее *требование*:

*характеристики «вспомогательного» канала должны быть подстроены так, чтобы любая помеха, поступающая по направлениям боковым лепесткам «основного» канала, компенсировались на выходе системы.*

Система, реализующая указанный принцип действия и предназначенная для подавления помех по боковым лепесткам диаграммы направленности, называется *когерентным компенсатором помех*, действующих по боковым лепесткам (КБЛ).

На рисунке 4 приводится функциональная схема двухканального КБЛ, в котором вспомогательный компенсационный канал построен на базе ЛЗ с L отводами, каждый элемент которой осуществляет задержку на  $\Delta$ .

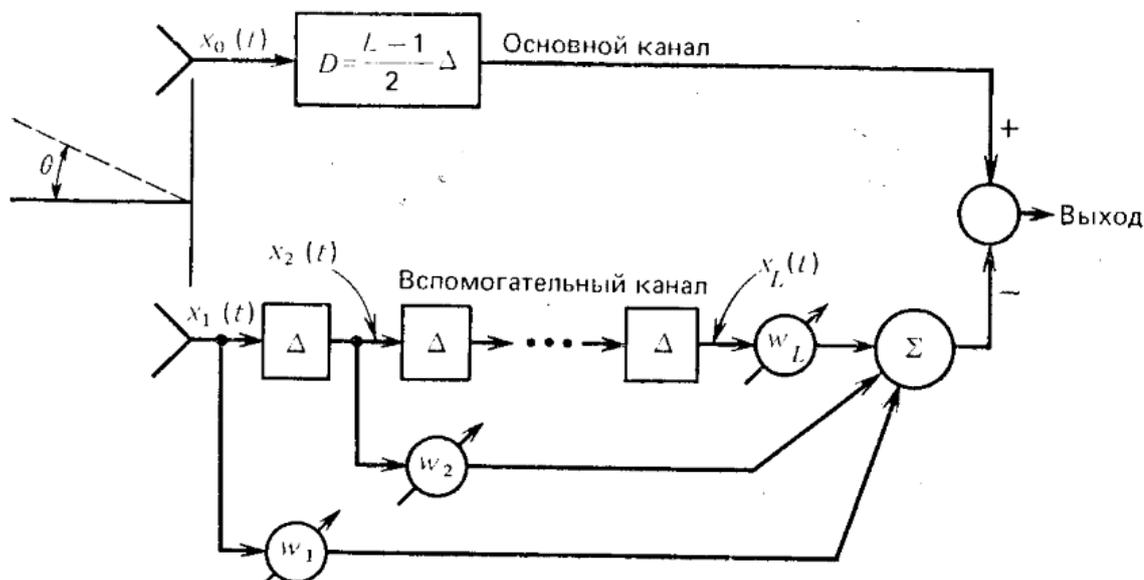


Рисунок 4 - Функциональная схема двухканального КБЛ, в котором вспомогательный компенсационный канал построен на базе ЛЗ

В данной схеме в основной канал включена ЛЗ с задержкой на  $D=(L-1)\Delta/2$  для обеспечения возможности компенсации запаздывания как для положительных, так и для отрицательных углов  $\theta$ .

**Компенсация эффекта многолучевости реализуется** выбором основных параметров ЛЗ для подавления нежелательных сигналов помехи. Весовые коэффициенты подстраиваются с помощью алгоритма адаптации.

**Эффективность компенсации оценивается в установившемся режиме мерой подавления помехи в КБЛ.** В качестве данной меры используется величина мощности некомпенсированных остатков помех на выходе системы:

$$R_{ee}(0)_{\min} = r_{x_0 x_0}(0) - \mathbf{r}_{x_0 x_0}^\dagger(-D) \mathbf{R}_{xx}^{-1}(0) \mathbf{r}_{x_0 x_0}(-D). \quad (23)$$

### 3. Анализ эффектов межканального рассогласования

**Любой процессор адаптивной антенной решетки чувствителен к неизбежным частотно-зависимым вариациям характеристик каналов.** Для компенсации данных эффектов «межканального рассогласования» можно воспользоваться наличием дополнительных степеней свободы, обеспечиваемых многоотводной ЛЗ.

Для оценки эффективности компенсации межканального рассогласования рассмотрим в качестве примера простую двухэлементную систему КБЛ.

Упрощенная модель данной системы с одним вспомогательным каналом, в котором используется один весовой усилитель с частотно-зависимым комплексным коэффициентом передачи, показана на рисунке 5.

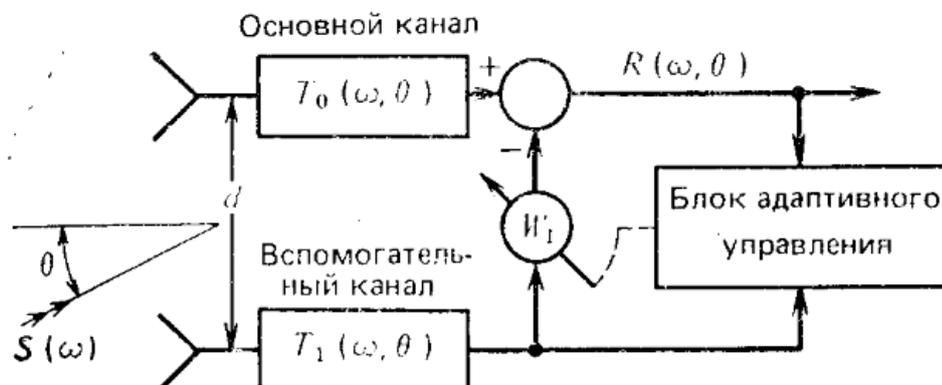


Рисунок 5 – Упрощенная модель КБЛ с одним вспомогательным каналом

В данной схеме функция  $T_0(\omega, \theta)$  определяет частотную характеристику основного канала для сигнала, поступающего под углом  $\theta$ ;

функция  $T_1(\omega, \theta)$  определяет частотную характеристику вспомогательного канала. В предположении, что все искажения системы сосредоточены в основном канале, имеем  $T_1(\omega, 0) = 1$ .

Введем частотную характеристику трансверсального фильтра в виде

$$F(\omega) = \sum_{k=-N}^N \varpi_{N+1+k} \exp(-j\omega k \Delta), \quad (24)$$

где  $\varpi_{N+1+k}$  - комплексные весовые коэффициенты, не зависящие от частоты.

**Критерий оптимизации:** минимизация выходной мощности в полосе частот сигнала.

**Способ оптимизации** – подбор весового вектора  $\mathbf{w}$ .

Формулировка критерия:

$$\min_{\varpi_1} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{rr}(\omega, \theta) d\omega, \quad (25)$$

где  $\varphi_{rr}(\omega, \theta)$  - спектральная плотность «нескомпенсированных» остатков помехи на выходе системы:

$$\varphi_{rr}(\omega, \theta) = |T_0(\omega, \theta) - \varpi_1 T_1(\omega, \theta)|^2 \varphi_{JJ}(\omega); \quad (26)$$

$\varphi_{JJ}(\omega)$  - спектральная плотность широкополосной помехи;

$\varpi = \alpha \exp(j\varphi)$  - комплексный весовой коэффициент.

С учетом введенных обозначений изменим схему на рисунке 5 на схему на рисунке 6.

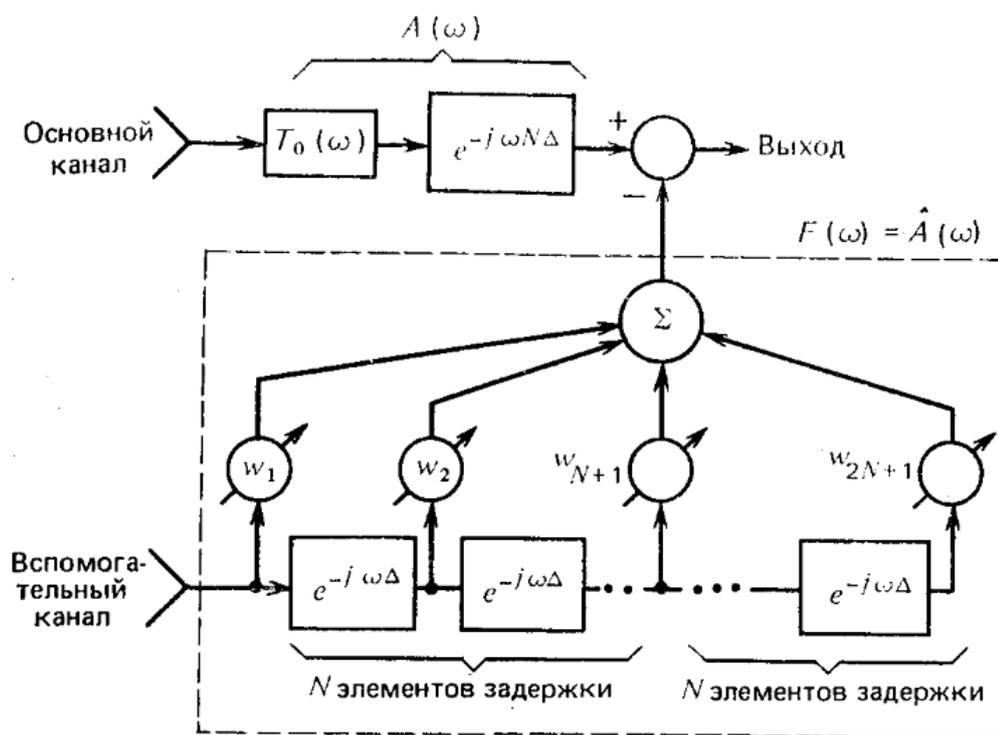


Рисунок 6 – Измененная структурная схема модель КБЛ с одним вспомога-  
тельным каналом

Схема отличается наличием ЛЗ и  $2N+1$  адаптивно подстраиваемыми весовыми усилителями. В основной канал включена ЛЗ с задержкой  $N\Delta$ , позволяющая осуществлять компенсацию как для положительных, так и для отрицательных углов прихода сигналов. При записи частотных характеристик основного и вспомогательного каналов по отношению к выходному сигналу основного канала сквозная частотная характеристика основного канала  $A(\omega)$  не будет содержать сомножителей, характеризующих задержку.

Полагая, что спектральная плотность помехи в рассматриваемом диапазоне частот постоянная, задачу минимизации выходной мощности можно свести к нахождению «наилучшей» оценки  $\hat{A}(\omega)$  частотной характеристики основного канала в этом же диапазоне частот.

Комплексный весовой вектор должен удовлетворять соотношению:

$$\mathbf{w} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{v}, \quad (27)$$

где 
$$v_k = E\{A_0(\omega) \exp[j(\omega k \Delta) - \varphi_0(\omega)]\}, \quad (28)$$

$$C_{k,l} = \frac{\sin[\pi B \Delta (l - k)]}{\pi B \Delta (l - k)}, \quad (29)$$

$B$  – ширина спектра.

С учетом введенных обозначений запишем составляющие выходной мощности:

- обусловленной вариациями амплитудной характеристики основного канала:

$$R_{ee_A} = \frac{1}{2\pi B} \int_{-\pi B}^{\pi B} |A_0^2(\omega) - |F(\omega)|^2| d\omega, \quad (30)$$

- обусловленная вариациями фазовой характеристики основного канала:

$$R_{ee_p} = \frac{1}{2\pi B} \int_{-\pi B}^{\pi B} |\exp(-j\varphi_0(\omega)) - |F(\omega)|^2| \varphi_{JJ}(\omega) d\omega, \quad (31)$$

где  $\varphi_0(\omega)$  - вариации фазы сигнала в основном канале.

Если необходимо оценить эффекты межканального рассогласования по амплитуде и по фазе одновременно, то можно воспользоваться соотношением:

$$R_{ee}(0) = \frac{1}{2\pi B} \int_{-\pi B}^{\pi B} \left\{ |A_0(\omega)|^2 - |F(\omega)|^2 \right\} \varphi_{JJ}(\omega) d\omega. \quad (32)$$